

# **Problem Solving Agents**

## **Risolvere Problemi con la Ricerca**

Intelligenza Artificiale

Prof. Alfonso E. Gerevini

Dipartimento Ingegneria dell'Informazione

Università degli Studi di Brescia

# Un Agente “Risolutore di Problemi”

Segue un processo ciclico composto da 4 fasi:

- **Formulazione dell’obiettivo** (goal). Ad es: essere in una certa città
- **Formulazione del problema (o dominio)**
  - Stati e azioni (NB: stato ricerca = insieme di stati “reali”)
  - È importante un’appropriata astrazione
- **Ricerca**: trovare una sequenza di azioni che porta dallo stato iniziale a quello goal (algoritmo di ricerca)
- **Esecuzione** della sequenza di azioni (o solo della prima azione)

# Un Agente “Risolutore di Problemi”

*Se lo stato ha una rappresentazione atomica (solo un identificatore che lo rappresenta complessivamente):*

## **Problem solving agent**

*Se lo stato ha una rappresentazione strutturata o fattorizzata:*

## **Planning agent**

*Stato Fattorizzato: ho un insieme di attributi/valori*

*Stato Strutturato: ho anche un insieme di oggetti con proprietà che li legano*

# Un Agente “Risolutore di Problemi”



# Definizione di un Problema di Ricerca

Ambienti deterministici e accessibili (completamente osservabili):

- Insieme di **stati** del mondo (ambiente) semplificato
- Insieme di **operatori** (o azioni) possibili: **una funzione successore** (oppure **azioni + modello transizione**)
- Uno **stato iniziale** in cui l'agente sa di essere
- Uno o più **stati obiettivo: un goal test**
- Un costo per ogni sequenza di azioni (sequenza di stati attraversati): **una funzione costo**

⇒ *Trovare una sequenza di azioni (cammino tra stati) che trasforma lo stato iniziale in uno stato obiettivo (algoritmo o motore di ricerca)*

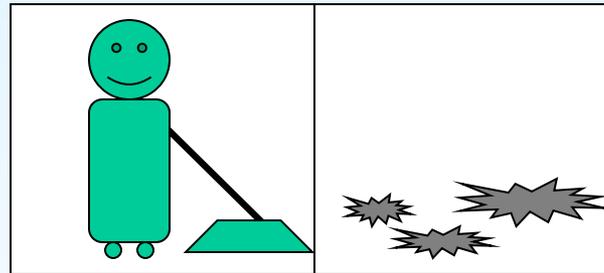
# Problema a Stato Unico

Un semplice esempio (Roby = robot aspirapolvere):

**Ambiente:** 2 stanze, Roby, polvere. 

*Esempi di info irrilevante?*

**Stato iniziale:**



**Num. stati possibili = 8**

stanza1

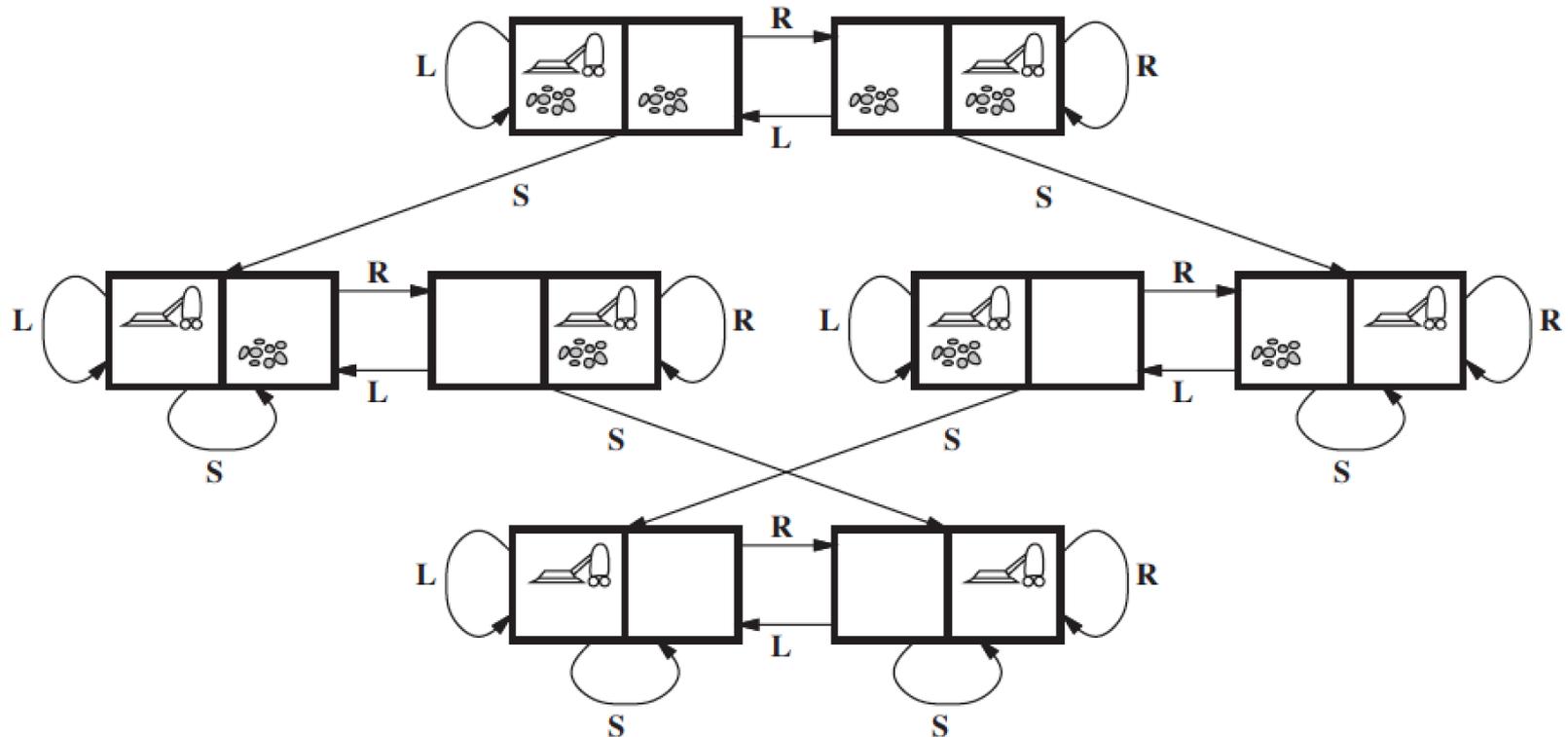
stanza2

**Azioni:** VaiDestra, VaiSinistra, Aspira

**Stati Obiettivo** = tutti gli stati in cui non c'è polvere

**Soluzione** = VaiDestra, Aspira

# Diagramma degli stati

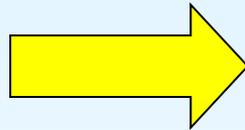


**Figure 3.3** The state space for the vacuum world. Links denote actions: L = *Left*, R = *Right*, S = *Suck*.

# Esempio: “Rompicapo dell’8”

1	4	6
8	7	3
	2	5

Stato iniziale



1	2	3
8		4
7	6	5

Stato obiettivo

**Stati** = configurazione delle caselle

*Info irrilevanti: colore, dimensione, peso, materiale, ecc.*

**Operatori** = muovere ciascuna casella in alto, basso, sinistra, destra (oppure muovere casella vuota; **è meglio???**)

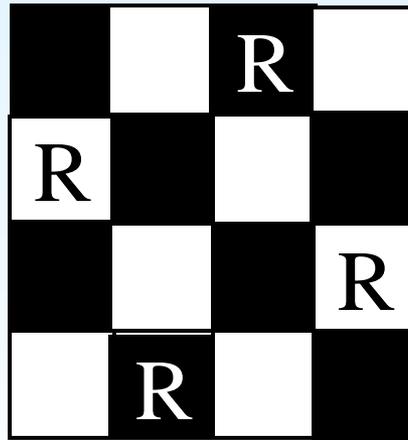
# Quanti stati (possibili) ?

- Stato possibile = stato “raggiungibile” attraverso una sequenza di operatori
- 8 tasselli: 181440 (molto facile)
- 15 tasselli:  $1.3 \times 10^{12}$  (facile)
- 24 tasselli:  $10^{25}$  (molto difficile)

# Esempio: “Problema delle N Regine”

**Problema:** *Disporre N regine su una scacchiera NxN senza che queste si attacchino.* NB: Mi interessa trovare uno stato con determinate proprietà e non una sequenza di azioni.

Esempio N=4



**Stati** = configurazioni di una o più regine sulla scacchiera

**Stato iniziale** = nessuna regina sulla scacchiera

**Stati obiettivo** = N regine sulla scacchiera e nessun attacco

# Problema delle N Regine

**Operatori** (2 possibilità):

- mettere una regina qualsiasi sulla scacchiera (8x8)  
 se 8 regine,  $64^8$  sequenze di azioni (circa)
- regina i-esima sulla colonna i-esima (senza attacco alle precedenti)  
 se 8 regine, solo 2057 sequenze!

Ma il problema resta non banale per n grande (se  $n=100$ , ho  $10^{52}$  possibili sequenze!)

# Problemi di ricerca e Automi

Che relazione c'è tra un problema di ricerca ben definito (con stati atomici) e un'Automa a stati finiti?

# Problema a Stati Multipli

Spesso l'ambiente non è completamente accessibile

Caso limite: completa ignoranza (no sensori)

Esempio robot aspirapolvere:

**Stato iniziale**: uno imprecisato degli 8 possibili

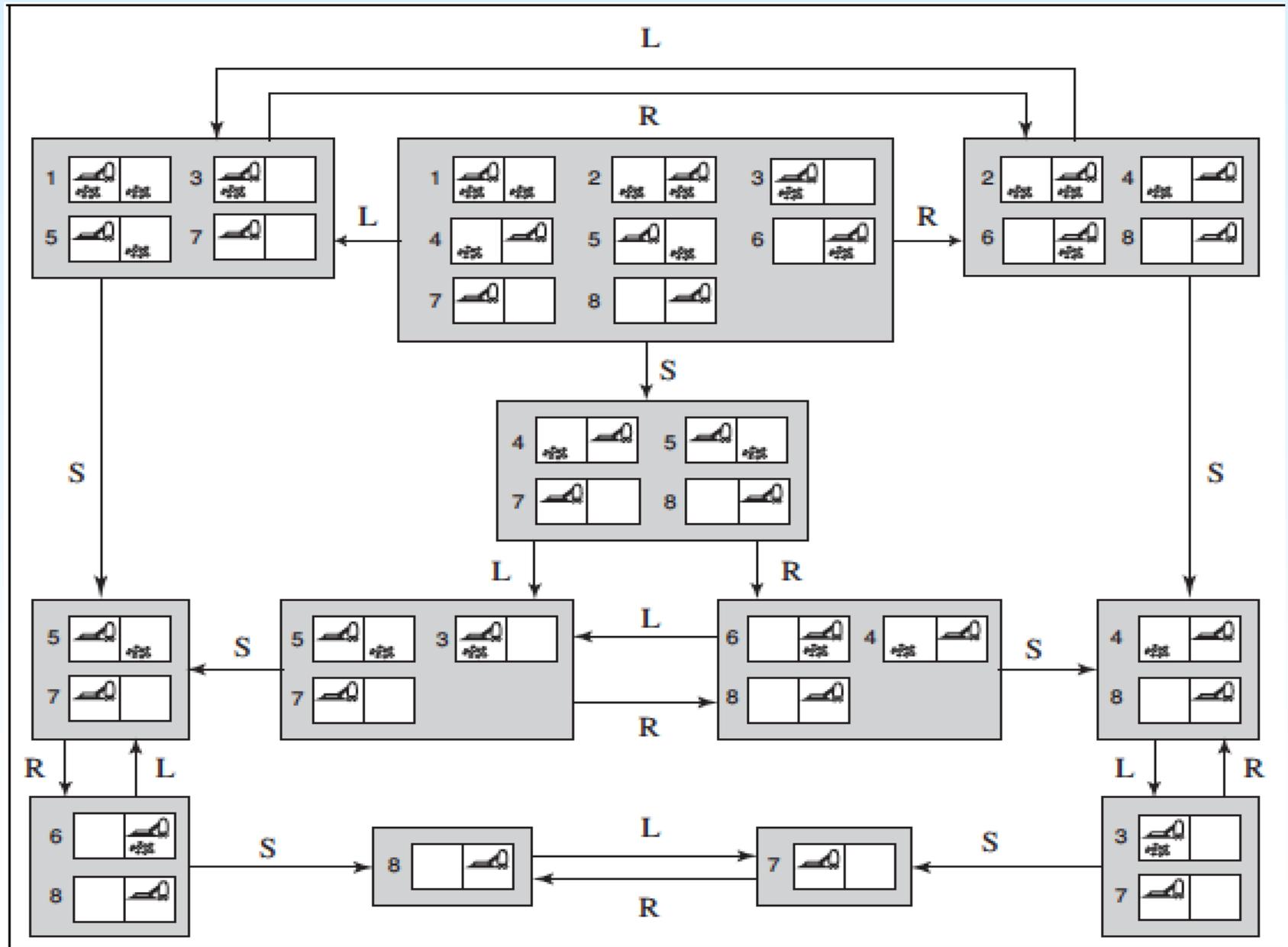
 INSIEME di 8 stati (“*belief state*”)

Ogni azione trasforma un belief state in un altro

**Soluzione**: Trasforma l'insieme iniziale di stati in un insieme contenente solo soluzioni (in questo caso un solo stato):

 *VaiDestra, Aspira, VaiSinistra, Aspira*

# Diagramma degli stati



# Problema con Contingenze

*Problemi in cui la soluzione deve contenere azioni “sensoriali” per acquisire informazioni necessarie*

Esempio robot aspirapolvere

- Ambiente parzialmente accessibile (2 sensori)

Stato Iniziale: 

<b>R</b>  	 
--	---

 oppure 

<b>R</b>  	
--	--

- Informazioni incompleta su effetti azioni (non determinismo):

*Aspira talvolta deposita polvere se non c'è*

**Soluzione: ??? *Aspira-Destra-Aspira* ???**

**E' necessaria un'azione sensoriale per sapere se c'è polvere!**

# Formalizzare un problema di ricerca

- Un' "arte" in cui si cerca un buon **livello di astrazione** per modellare il problema:
  - Informazioni irrilevanti sugli stati (limitare il numero di stati)
  - Informazioni (precondizioni/effetti) irrilevanti su azioni
  - Azioni irrilevanti
- Esercizio di formalizzazione: il problema dei **Missionari e Cannibili** (Amarel 1968)

<http://www.plastelina.net/game2.html>

- Quali informazioni sono rilevanti e quali irrilevanti?
  - Stati?
  - Operatori?
  - Goal test?
  - Costo soluzione?
- **Come risolvereste "a mano" questo problema di ricerca?** 16

# Esercizio (per casa)

- Formalizzare il gioco “Family crisis”  
disponibile on-line:

<http://www.plastelina.net/game3.html>

<https://archive.org/details/family-crisis>

# Algoritmi di Ricerca

Ragionamento come esplorazione dello **spazio degli stati** possibili



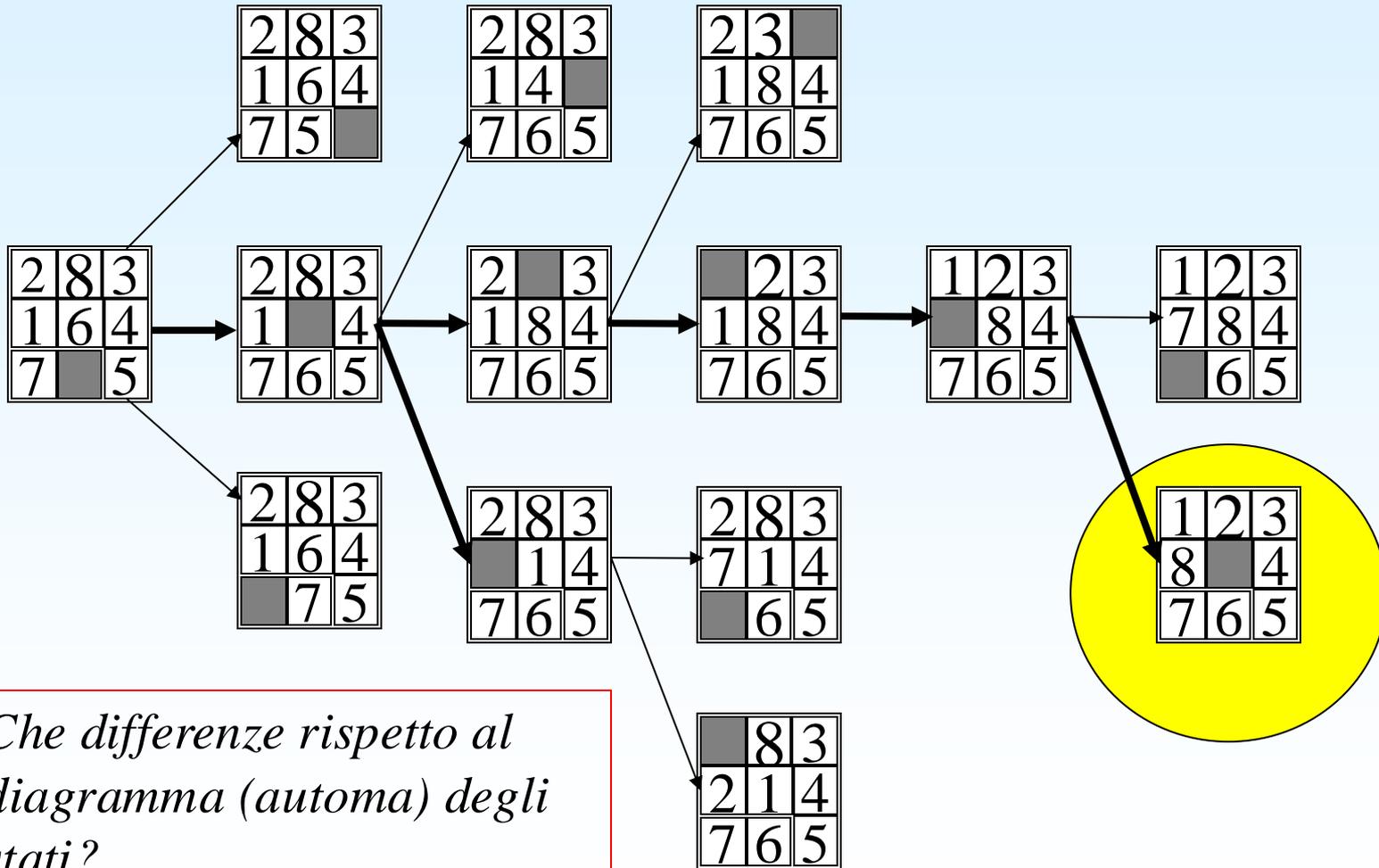
**Qualità Soluzione** (per scegliere tra più possibili)

- Tempo richiesto per derivarla: **costo off-line**
- Numero e “costo” azioni (mosse): **costo on-line**

# Concetti e definizioni preliminari

- Spazio degli stati, transizioni possibili, stati raggiungibili
- Albero di ricerca
- Espansione di un nodo
- Profondità di un nodo
- Fattore di diramazione (branching factor)
- Ricerca come esplorazione dell'albero
- Algoritmo generale di ricerca/esplorazione
- Strategie di esplorazione: cieche e euristiche (esempi per il “rompicapo dei tasselli”)
- Proprietà fondamentali di una strategia/algoritmo di ricerca: correttezza, complessità (tempo e spazio), ottimalità

# Esempio Albero di Ricerca (*parziale*)



*Che differenze rispetto al diagramma (automa) degli stati?*

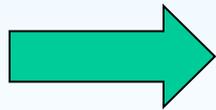
# Dimensione albero di ricerca: Rompicapo dell'8

- Fattore di ramificazione medio: 3
- Costo medio soluzione problema random: 22
- Nodi visitati da ricerca esaustiva con profondità 22:  $3^{22}$
- Se uso memoria per evitare ripetizioni = 180000 nodi circa (stati differenti)

 E' GESTIBILE

# Dimensione albero ricerca e stati: rompicapo del 15

- Fattore diramazione medio: 3
- Costo medio soluzione problema random:  
molto maggiore di 22
- Stati differenti: circa  $10^{13}$



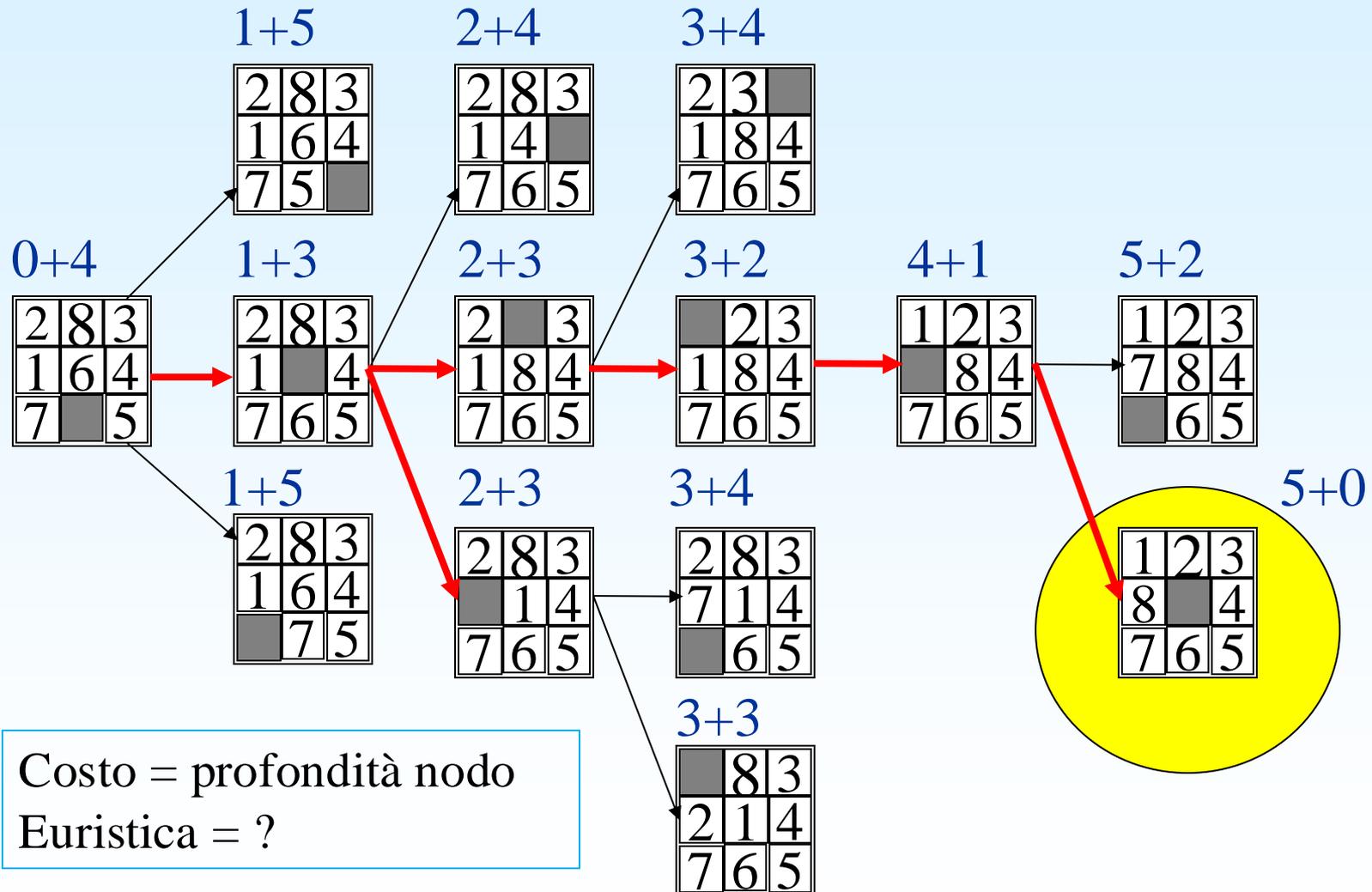
E' INGESTIBILE

# Algoritmo Generico di Ricerca

1.  $L =$  lista dei nodi/stati iniziali del problema
2. IF  $L$  è vuota THEN return 'fail'  
ELSE  $N = ScegliNodo(L)$
3. IF GoalTest( $N$ ) THEN return  $N$  e cammino da nodo iniziale
4.  $L = L - N + AggiungiFigli(N, L)$
5. GOTO 2.

- $L$  rappresenta la *lista dei noti/stati da visitare/espandere*; i nodi in  $L$  sono *etichettati con il relativo cammino dalla radice*
- **ScegliNodo** e **AggiungiFigli** sono funzioni da specializzare
- **Strategie cieche**: ScegliNodo dipende solo dalla posizione di  $N$
- **Strategie informate**: ScegliNodo dipende anche da informazioni specifiche dal dominio del problema (**euristica**)

# Esempio Albero di Ricerca (con costo + euristica sui nodi)



# Ricerca in profondità e ampiezza

Profondità: il prossimo nodo da esaminare è un figlio dell'ultimo visitato (se esiste)

Ampiezza: i nodi a profondità  $i$  devono essere visitati subito dopo aver visitato tutti i nodi a profondità  $i - 1$  (con  $i > 0$ )

- Come implementare queste ricerche?
- Esempi di visita alberi di ricerca
- Complessità degli algoritmi

# Esempi tempo e memoria ricerca in ampiezza

Depth	Nodes	Time	Memory
2	110	.11 milliseconds	107 kilobytes
4	11,110	11 milliseconds	10.6 megabytes
6	$10^6$	1.1 seconds	1 gigabyte
8	$10^8$	2 minutes	103 gigabytes
10	$10^{10}$	3 hours	10 terabytes
12	$10^{12}$	13 days	1 petabyte
14	$10^{14}$	3.5 years	99 petabytes
16	$10^{16}$	350 years	10 exabytes

**Figure 3.13** Time and memory requirements for breadth-first search. The numbers shown assume branching factor  $b = 10$ ; 1 million nodes/second; 1000 bytes/node.

# Altri quattro algoritmi non informati

- A profondità limitata
- A profondità iterativa (iterative deepening)
- Bidirezionale
- A costo uniforme

# Ricerca a profondità limitata

La ricerca in profondità viene potata (pruning) al limite massimo di profondità dato in input (nodi a profondità maggiore non entrano nella frontiera di ricerca – lista L)

## – Vantaggi:

1. La ricerca della soluzione potrebbe essere **più veloce**
2. La ricerca **termina** anche se non esiste una soluzione (eventuali cicli sono percorsi un numero limitato di volte = non ci sono cammini infiniti)
3. Se la profondità massima data corrisponde alla lunghezza di una soluzione ottima, ne trovo una **ottima**.

## – Svantaggi:

deve esistere (ed essere conosciuto) un bound sulla lunghezza massima della soluzione

Cosa fare se non lo conosco??

# Iterative Deepening Search

1.  $c = 1$ ,  $Stop = true$
2.  $L =$  lista formata dal nodo (stato) iniziale
3. IF  $L$  è vuota THEN  
    IF  $Stop == false$  THEN  
         $c = c + 1$ ,  $Stop = true$ , GOTO 2  
    ELSE Return('fail')
4.  $N =$  First-node( $L$ )
5. IF Goal-test( $N$ ) THEN Return( $N$ ) ELSE  $L = L - N$
6. IF  $Depth(N) < c$  THEN  
     $L =$  Aggiungi-davanti(Figli( $N$ ), $L$ )  
    ELSE IF  $|Figli(N)| > 0$  THEN  $Stop = false$
7. GOTO 3.

# Ricerca a costo uniforme = Algoritmo di Dijkstra

- Ogni azione ha un costo (può essere diverso)
- Simile a ricerca in ampiezza esploro l'albero per livelli incrementali
- Ma i livelli sono formati da nodi che hanno cammini dalla radice con costo uniforme (anziché profondità uniforme) incrementale
- Trova una soluzione con costo minore/ottimo

# Ricerca Bidirezionale

Una ricerca in avanti classica dallo stato iniziale e una all'indietro da uno stato finale (goal)

- E' sempre possibile?
- Come si ricava lo stato finale?
- Come si ricavano gli operatori per la ricerca all'indietro?
- Quando termina la ricerca bidirezionale?
- Che complessità Ottimalità?

# Esempi Ricerca a Costo Uniforme

Albero determinato da (G nodo goal):

(s,1,a) (s,5,b) (s,15,c) (a,10,G) (b,5,G) (c,5,G)

Albero determinato da (G nodo goal):

(s,5,a) (s,8,b) (a,1,c) (c,1,d) (d,1,G) (d,-2,a)  
(b,1,e)

Esempi di visita dei nodi alla lavagna...

# Proprietà algoritmi di ricerca standard non informati

Criterion	Breadth-First	Uniform-Cost	Depth-First	Depth-Limited	Iterative Deepening	Bidirectional (if applicable)
Complete?	Yes <sup>a</sup>	Yes <sup>a,b</sup>	No	No	Yes <sup>a</sup>	Yes <sup>a,d</sup>
Time	$O(b^d)$	$O(b^{1+\lceil C^*/\epsilon \rceil})$	$O(b^m)$	$O(b^l)$	$O(b^d)$	$O(b^{d/2})$
Space	$O(b^d)$	$O(b^{1+\lceil C^*/\epsilon \rceil})$	$O(bm)$	$O(bl)$	$O(bd)$	$O(b^{d/2})$
Optimal?	Yes <sup>c</sup>	Yes	No	No	Yes <sup>c</sup>	Yes <sup>c,d</sup>

**Figure 3.21** Evaluation of tree-search strategies.  $b$  is the branching factor;  $d$  is the depth of the shallowest solution;  $m$  is the maximum depth of the search tree;  $l$  is the depth limit. Superscript caveats are as follows: <sup>a</sup> complete if  $b$  is finite; <sup>b</sup> complete if step costs  $\geq \epsilon$  for positive  $\epsilon$ ; <sup>c</sup> optimal if step costs are all identical; <sup>d</sup> if both directions use breadth-first search.

# Evitare di visitare stati già visitati

- Quelli *correntemente* nella lista L
- Quelli sul cammino del nodo appena visitato
- Tutti quelli già incontrati

Come implementarli?

Quali sono i pro e contro dei tre metodi?

Rispondere considerando

- Ricerca in profondità
- Ricerca in ampiezza
- Ricerca a costo uniforme

Esempio problemi in cui sono utili (Griglie) 34

# Best-first search

Considero sia il costo per arrivare a un nodo  $n$  sia il costo stimato per arrivare a un nodo goal da  $n$

$$f(n) = g(n) + h(n)$$

- Lista  $L$  ordinata per  $f(n)=g(n)+h(n)$  crescente
- $g(n)$  = costo miglior percorso trovato dalla radice a  $n$
- $h(n)$  = funzione euristica che stima la distanza di  $n$  al nodo goal più vicino (minore profondità) a  $n$

*A cosa serve  $h(n)$ ?*

Per arrivare prima al nodo goal (visitando meno nodi/stati).  
Se  $h(n)$  fosse perfetta ci arriverei subito...

Esempio rompicapo dell'8 e alla lavagna

# Best-first search e $A^*$

- Lista  $L$  ordinata per  $f(n)=g(n)+h(n)$  crescente
- $g(n)$  = costo miglior percorso trovato dalla radice a  $n$
- $h(n)$  = funzione euristica che stima la distanza di  $n$  al nodo goal più vicino (minore profondità) a  $n$
- Funzione  **$h(n)$  ammissibile**: sia  $h^*(n)$  la reale distanza di  $n$  al nodo goal più vicino, diciamo che  $h(n)$  è ammissibile se è *sempre ottimista*, ovvero  
Per ogni  $n$ ,  $h(n) \leq h^*(n)$

$A^*$  = Best-first search con  $h(n)$  ammissibile

# Ottimalità di $A^*$

- $G$  è nodo goal ottimo  $\rightarrow f(G) = g(G) = f^*$
- $G2$  è nodo goal subottimo  $\rightarrow f(G2) = g(G2) > f^*$
- $h(G) = h(G2) = 0$
- $S$  = stato iniziale

(1)  $f^* < g(G2)$  perché  $f^* < f(G2)$

Supponiamo per assurdo  $G2$  selezionato prima di  $G$  da  $L$

$\rightarrow$  Esiste un nodo  $n$  sul cammino ottimo da  $S$  a  $G$  non ancora visitato che è in  $L$  quando  $G2$  viene selezionato da  $L$

(2)  $f^* \geq f(n)$  (h è ammissibile)

(3)  $f(n) \geq f(G2)$  ( $G2$  è preferito a  $n$ )

(4)  $f^* \geq f(G2)$  (combinando 2 e 3)

(5)  $f^* \geq g(G2)$  !! (assurdo)

# Ottimalità di $A^*$

Assunzione sottostante: fattore di ramificazione è finito!

E se ci fossero azioni con costi nulli o negativi (guadagni)?

# Progettare euristiche

Le euristiche sono molto, molto, molto, .... importanti!

Due possibili approcci generali:

1. Metodo del **problema rilassato**
2. Metodo del **sottoproblema**

Differenti euristiche possono essere combinate

Ad es. se ho due euristiche:

- euristica meno informata ma più veloce **come base**
- euristica più informata ma meno veloce **per rompere i pareggi**
- Vedremo anche altri modi di combinare euristiche....

# Progettare euristiche: problema rilassato

Trovo la soluzione di un rilassamento del problema e uso il costo di tale soluzione come valutazione euristica del problema originale

Esempi nel rompicapo dell'8

1. Numero caselle mal poste nella configurazione corrente
2. Somma della distanza di Manhattan delle caselle nella configurazione corrente rispetto alla posizione finale

Perché 1 e 2 sono soluzioni di un rilassamento del problema originale?

Se la soluzione del problema rilassato è **ottima** l'euristica è ammissibile!

# Progettare euristiche: tecnica dei sottoproblemi

- Considero il problema originale come un insieme di sottoproblemi (tipicamente non indipendenti!)
- Uso il costo della soluzione di un sotto-problema come euristica del problema originale
- *Se la soluzione del sotto-problema è ottima, l'euristica è ammissibile*

Esempi alla lavagna con rompicapo dell'8

L'euristica dei **pattern database** memorizza in un database il costo ottimo per tutti i sotto-problemi identificati da un 'pattern' (nel rompicapo dell'8 è la posizione di un sottoinsieme di caselle)

Esempi alla lavagna...

# Progettare euristiche:

## Combinazione di più euristiche

- Se ho più euristiche  $h_1, h_2, \dots, h_k$  le posso combinare e usare insieme. Ma come?
- Il **Min** dei loro valori? Non ha molto senso...
- La **Somma** dei loro valori? Non è un'euristica ammissibile
- Il **Max** dei loro valori? È un'euristica ammissibile se tutte le singole euristiche sono ammissibili
- Ci sono altre combinazioni *più potenti e ammissibili*?

Si, ad es. l'euristica dei **pattern database disgiunti**

# Progettare euristiche:

## Pattern database disgiunti

h-p1: euristica per pattern database caselle 1,2,3 (pattern p1)

h-p2: euristica per pattern database caselle 4,5 (pattern p2)

h-p3: euristica per pattern database caselle 6,7,8 (pattern p3)

$h-pd = hp1' + hp2' + hp3'$  **Pattern Database disgiunti**

Con  $hp1'/p2'/p3' =$  numero di mosse nella soluzione ottima per il pattern p1/p2/p3 **scontato** dal numero di mosse/azioni che **non** riguardano il pattern p1/p2/p3

SE soluzione per p1 = 1right, 6(\*)up, 2down, 5(\*)left, 3right  
la soluzione ha costo originale 5 e scontato 3  $\rightarrow hp1' = 3$

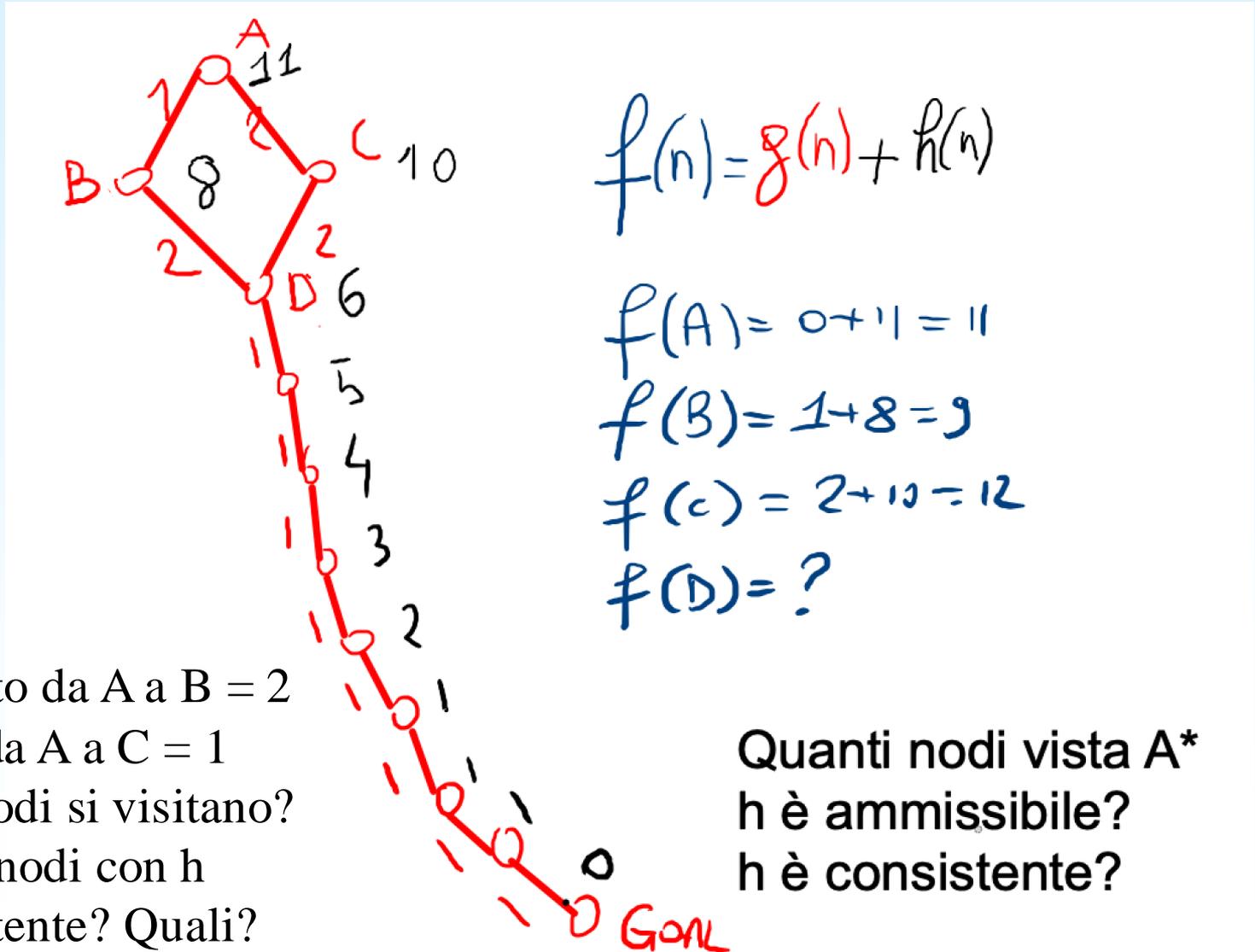
# $h(n)$ Consistente (o Monotona)

- $h(n)$  è consistente o monotona se vale:

per ogni  $n$ , a  $\mathbf{h(n) \leq c(n,a,n') + h(n')}$

- $c(n,a,n')$  = costo dell'azione  $a$  applicata nello stato di  $n$  ottenendo uno stato rappresentato dal nodo successore  $n'$
- E' una forma di disuguaglianza triangolare
- Garantisce  $h(n)$  *non* decrescente
- $A^*$  con  $h(n)$  monotona + lista CLOSED garantisce **ottimalità per grafi di ricerca**
- **Teorema: ogni funzione monotona è ammissibile; (NON vale viceversa!)**

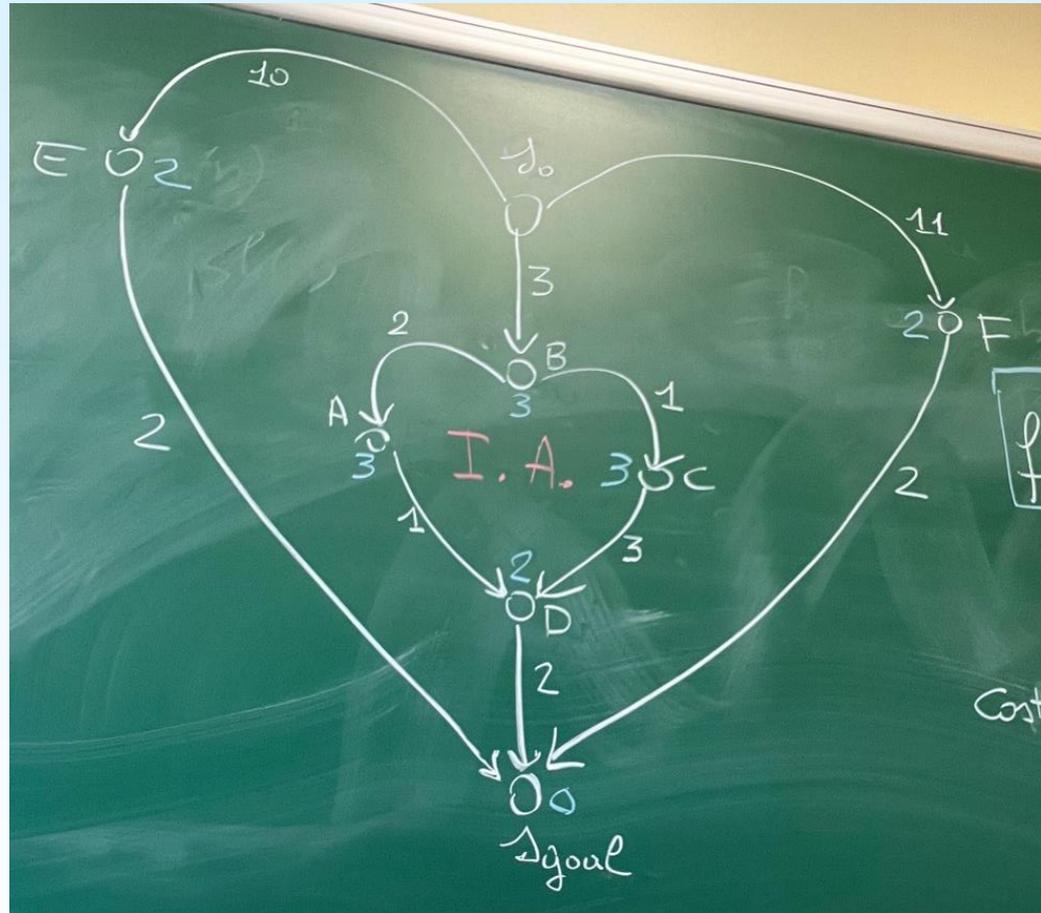
# Esempio 'aquilone'



E se costo da A a B = 2  
e costo da A a C = 1  
quanti nodi si visitano?  
Ci sono nodi con h  
inconsistente? Quali?

Quanti nodi vista A\*  
h è ammissibile?  
h è consistente?

# Esempio 'cuore'



$h(n)$  è ammissibile?  
Consistente?  
Scrivere i valori di  $N$ ,  
Open e Closed ad ogni  
iterazione di  $A^*$  (stato  
iniziale  $s_o$ , goal  $s_{goal}$ )

# Confrontare Euristiche: metodo teorico

- $h_1$ : numero di caselle malposte
- $h_2$ : somma distanza di Manhattan delle caselle

E' meglio  $h_1$  o  $h_2$ ??

**Confronto teorico** per due euristiche ammissibili  $h_1$  e  $h_2$ :

*$h_2$  migliore di  $h_1$  ( $h_2$  domina  $h_1$ ) se e solo se per ogni nodo/stato  $n$ ,  $h_1(n) \leq h_2(n)$*

Non sempre facile da dimostrare formalmente!

# Confrontare Euristiche: metodo sperimentale

- N = numero reale nodi generati da A\* in un run
- d = profondità dove A\* trova nodo goal in un run
- N+1 = *numero nodi in un albero uniforme con fattore di diramazione b\* e profondità d:*
$$N+1 = 1 + b^* + (b^*)^2 + \dots + (b^*)^d$$
- b\* = incognita = fattore di diramazione effettivo
- Calcolo b\* facendo una media su molti run

# Confrontare Euristiche: metodo sperimentale (esempio)

Se  $A^*$  trova soluzione con  $d = 5$  e  $N = 52$   
 $b^* = 1,92$

Se l'euristica è buona  $b^*$  è vicino a 1

Preferisco euristiche con  $b^*$  più basso

Esempio  $h_1$  e  $h_2$  per rompicapo dell'8

# Confrontare Euristiche: metodo sperimentale (rompicapo dell'8)

$d$	Search Cost (nodes generated)			Effective Branching Factor		
	IDS	$A^*(h_1)$	$A^*(h_2)$	IDS	$A^*(h_1)$	$A^*(h_2)$
2	10	6	6	2.45	1.79	1.79
4	112	13	12	2.87	1.48	1.45
6	680	20	18	2.73	1.34	1.30
8	6384	39	25	2.80	1.33	1.24
10	47127	93	39	2.79	1.38	1.22
12	3644035	227	73	2.78	1.42	1.24
14	–	539	113	–	1.44	1.23
16	–	1301	211	–	1.45	1.25
18	–	3056	363	–	1.46	1.26
20	–	7276	676	–	1.47	1.27
22	–	18094	1219	–	1.48	1.28
24	–	39135	1641	–	1.48	1.26

**Figure 3.29** Comparison of the search costs and effective branching factors for the ITERATIVE-DEEPENING-SEARCH and  $A^*$  algorithms with  $h_1$ ,  $h_2$ . Data are averaged over 100 instances of the 8-puzzle for each of various solution lengths  $d$ .

# Iterative deepening A\*/BFS

Best-first search ha complessità esponenziale (sia tempo che spazio)

→ La troppa memoria usata può far fallire la ricerca

Possiamo affrontare questo problema rendendo la ricerca iterativa come in iterative deepening search?

**A\* ad approfondimento iterativo (IDA\*)**

Come decido il taglio C della ricerca ad ogni iterazione?

C iniziale =  $f(\text{nodo radice})$ ,

C successivo = **valore minimo di f per un nodo generato che supera il C corrente**

# Ricerca locale: l'algoritmo più semplice

**function** HILL-CLIMBING(*problem*) **returns** a state that is a local maximum

*current*  $\leftarrow$  MAKE-NODE(*problem*.INITIAL-STATE)

**loop do**

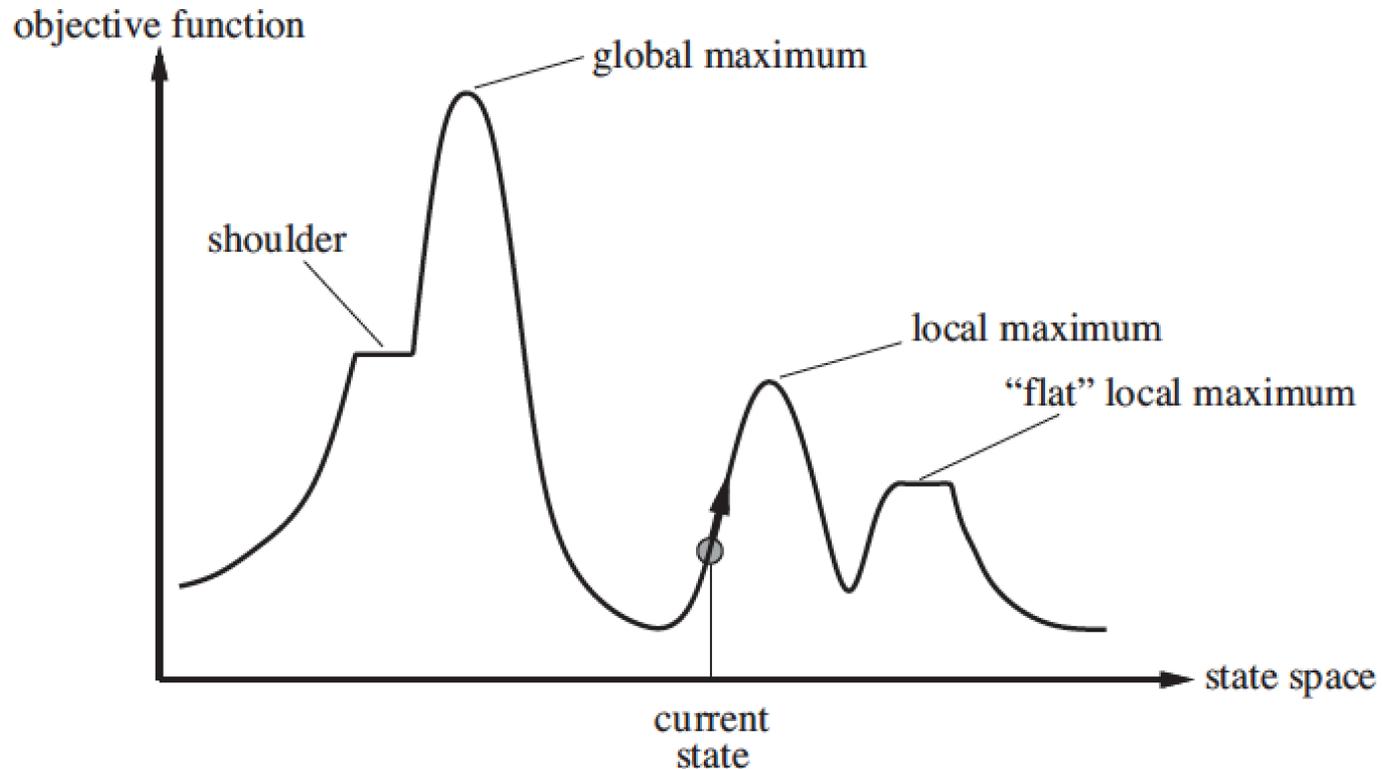
*neighbor*  $\leftarrow$  a highest-valued successor of *current*

**if** *neighbor*.VALUE  $\leq$  *current*.VALUE **then return** *current*.STATE

*current*  $\leftarrow$  *neighbor*

**Figure 4.2** The hill-climbing search algorithm, which is the most basic local search technique. At each step the current node is replaced by the best neighbor; in this version, that means the neighbor with the highest VALUE, but if a heuristic cost estimate  $h$  is used, we would find the neighbor with the lowest  $h$ .

# Ricerca locale: difficoltà

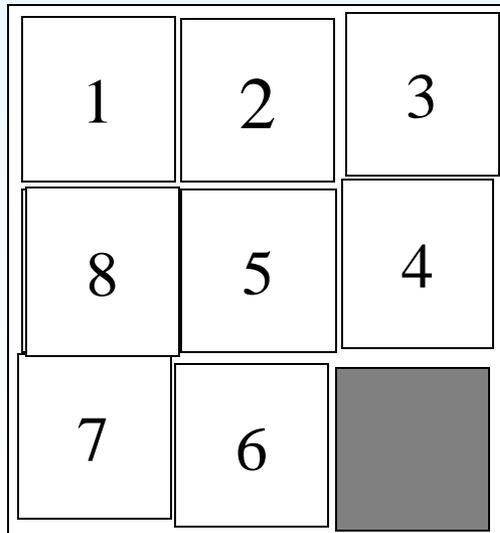


**Figure 4.1** A one-dimensional state-space landscape in which elevation corresponds to the objective function. The aim is to find the global maximum. Hill-climbing search modifies the current state to try to improve it, as shown by the arrow. The various topographic features are defined in the text.

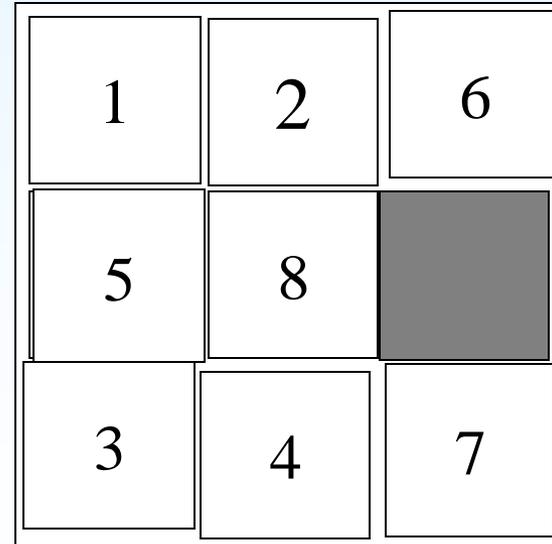
# Ricerca locale: esempi stati problematici

$h(n)$ : caselle malposizionate in  $n$

Minimo locale



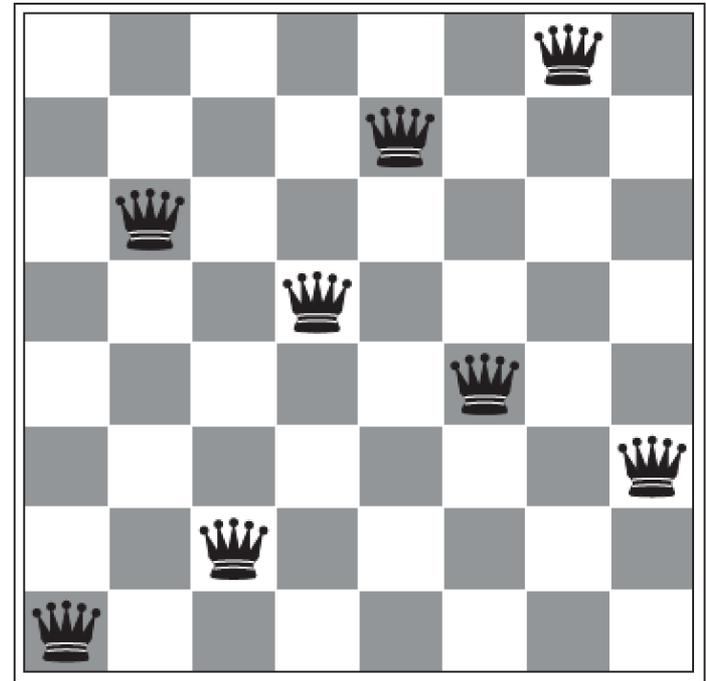
Pianura (plateaux)



# Ricerca locale: minimo locale?

18	12	14	13	13	12	14	14
14	16	13	15	12	14	12	16
14	12	18	13	15	12	14	14
15	14	14	♔	13	16	13	16
♔	14	17	15	♔	14	16	16
17	♔	16	18	15	♔	15	♔
18	14	♔	15	15	14	♔	16
14	14	13	17	12	14	12	18

(a)

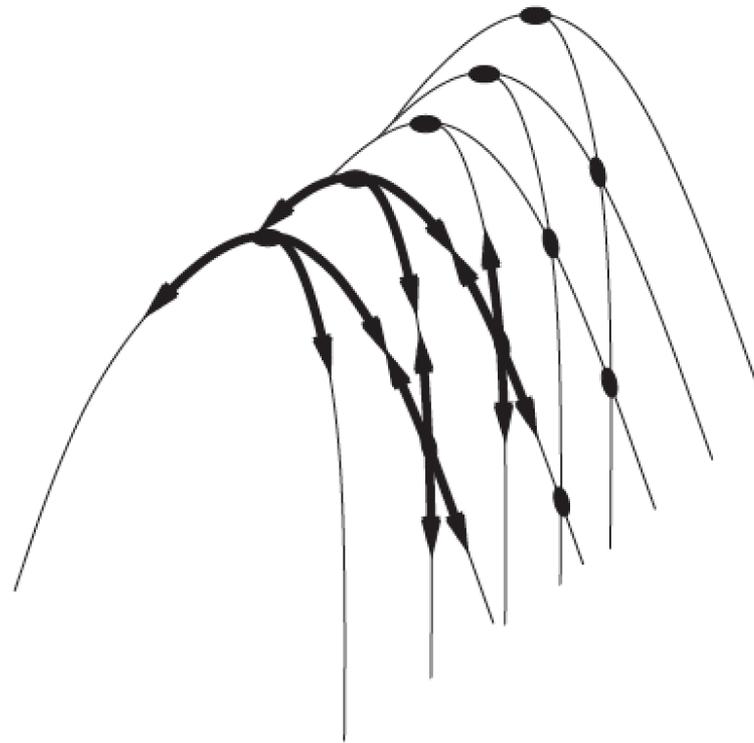


(b)

**Figure 4.3** (a) An 8-queens state with heuristic cost estimate  $h = 17$ , showing the value of  $h$  for each possible successor obtained by moving a queen within its column. The best moves are marked. (b) A local minimum in the 8-queens state space; the state has  $h = 1$  but every successor has a higher cost.

# Ricerca locale

Previous



**Figure 4.4** Illustration of why ridges cause difficulties for hill climbing. The grid of states (dark circles) is superimposed on a ridge rising from left to right, creating a sequence of local maxima that are not directly connected to each other. From each local maximum, all the available actions point downhill.

# Algoritmi di ricerca locale

## 1) **Hill-Climbing (HC)** (o discesa del gradiente)

- 8regine: 14% risolti con 4 step; 86% fail con 4 step
- 8regine =  $8^8$  stati = 14M stati circa

## 2) **HC** con mosse laterali (per plateaux)

- 8regine: 94% risolti con 21 step; 16% fail con 64 step

## 3) **HC stocastico-a** con probabilità di selezione più alta per stati successori migliori

## 4) **HC stocastico-b** con prima scelta migliorativa random

- per grandi vicinati

## 5) **HC stocastico-c** con riavvi casuali (+ mosse laterali)

- 8regine: 100% risolti – trova soluzione per **3MegaRegine!**

# Algoritmi di ricerca locale

- 6) **Simulated annealing**
- 7) **Local beam search**
- 8) **Tabu search**
- 9) **Enforced Hill-climbing**
- 10) **Algoritmi genetici**
- 11) **Local search online**
- 12) **Local search con apprendimento di  $h(n)$**
- 13) **Enforced Hill-climbing nella pianificazione automatica (il sistema Fast Forward)**
- 14) **Walksat per ragionamenti logici**
- 15) **Walkplan per pianificazione**

# Ricerca Locale: Simulated Annealing

**function** SIMULATED-ANNEALING(*problem*, *schedule*) **returns** a solution state

**inputs:** *problem*, a problem

*schedule*, a mapping from time to “temperature”

*current*  $\leftarrow$  MAKE-NODE(*problem*.INITIAL-STATE)

**for**  $t = 1$  **to**  $\infty$  **do**

$T \leftarrow$  *schedule*( $t$ )

**if**  $T = 0$  **then return** *current*

*next*  $\leftarrow$  a randomly selected successor of *current*

$\Delta E \leftarrow$  *next*.VALUE  $-$  *current*.VALUE

**if**  $\Delta E > 0$  **then** *current*  $\leftarrow$  *next*

**else** *current*  $\leftarrow$  *next* only with probability  $e^{\Delta E/T}$

$e = 2,71828$

Num di Eulero

# Ricerca Locale: Simulated Annealing

Se temperatura decresce abbastanza lentamente converge a un ottimo globale con probabilità 1

Dal 1980 usato con successo nello scheduling in fabbrica e problemi di ottimizzazione di grandi dimensioni

# Ricerca Locale Local Beam

- Parto da  $K > 1$  stati iniziali
- $K$  ricerche locali in “parallelo” (ad s. HC)
- Si selezionano i  $K$  migliori successori tra **tutti** e si distribuiscono alle  $K$  ricerche come ‘new current state’
- Percorsi scadenti tendono ad essere abbandonati per privilegiare percorsi dove ci sono migliori progressi
- Per garantire esplorazione di porzioni differenti dello spazio di ricercare uso ulteriore randomizzazione nella scelta del successore.

# Ricerca Locale con Memoria Breve (Tabu Search)

Hill climbing modificato:

1. sceglie il migliore successore (anche se non migliora lo stato corrente)
  2. uso memoria ultimi k stati visitati (**tabu list**)
  3. Il successore non deve essere nella tabù list
- k scelto considerando il costo di 3 (ad es. k=10)
  - Tecnica molto utile quando i minimi (massimi) locali hanno profondità (altezza limitata con k)
  - Esempio alla lavagna

# Enforced Hill-Climbing

Hill Climbing modificato:

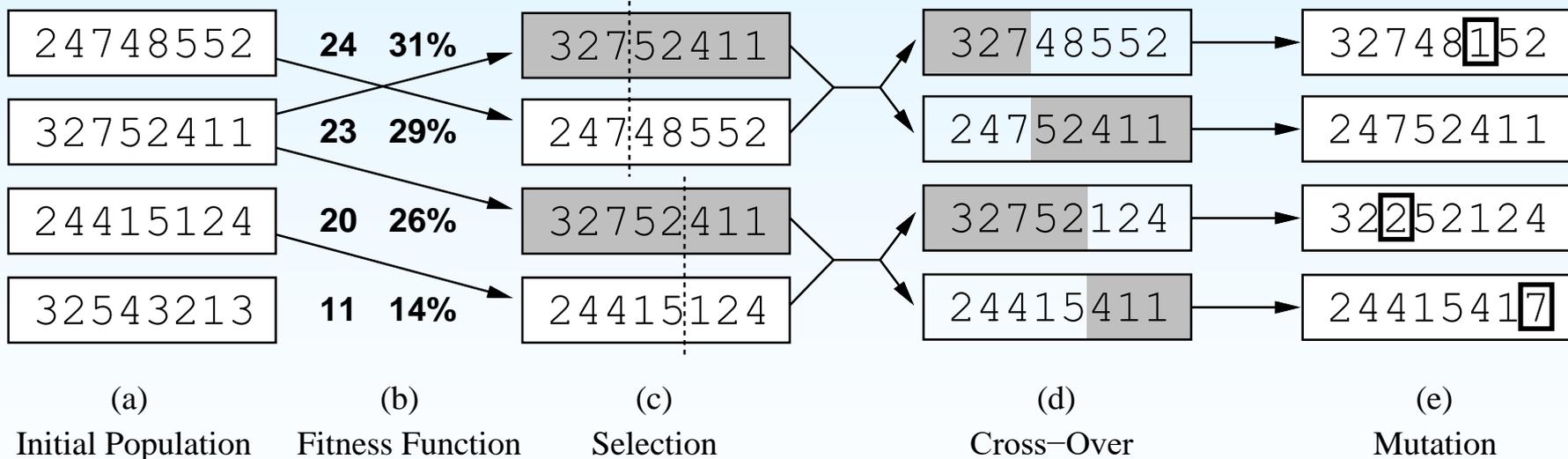
- Per ogni stato  $s$  visitato da HC, uso una ricerca in ampiezza con stato iniziale  $s$  per trovare uno stato discendente  $s'$  che ha valore euristico (funzione  $h$ ) migliore di  $s$
- Se trovo  $s'$  applico la sequenza di azioni da  $s$  a  $s'$  (quella del path da  $s$  a  $s'$  nel albero costruito dalla ricerca in ampiezza)

Esempio alla lavagna

Problema memoria.....

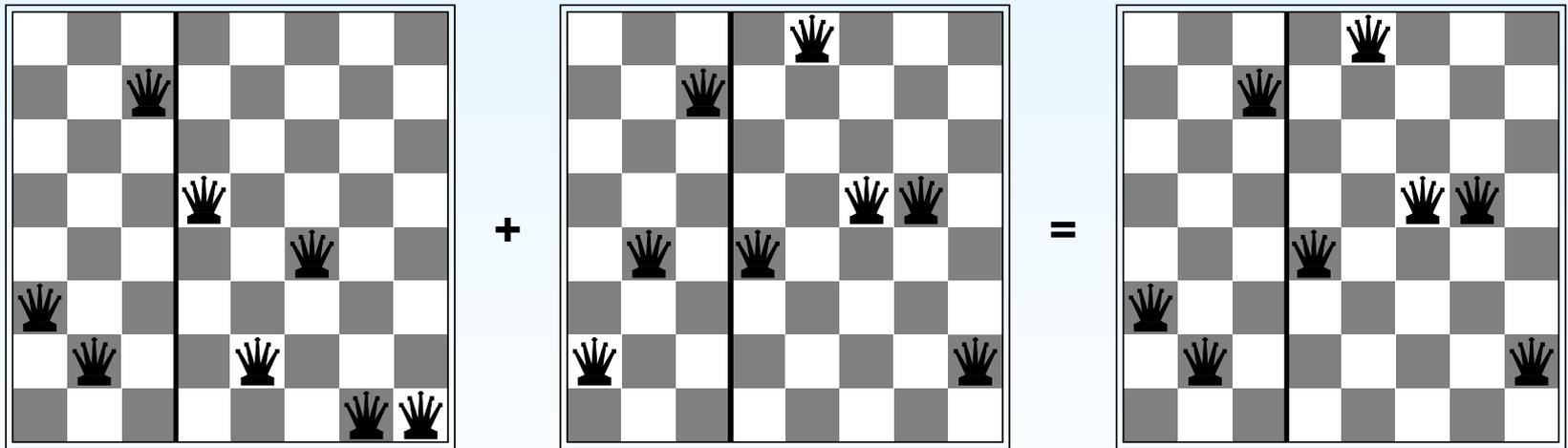
# Algoritmi Genetici: Esempio

**Stato 8-Regine** = vettore di interi da 1 a 8 = righe regine su colonne  
**Popolazione** di 8 individui (stati)



# Algoritmi Genetici: Esempio

**Accoppiamento/generazione del discendente (figlio) e perdita di informazione nei genitori**



# Algoritmi Genetico Generale

**function** GENETIC-ALGORITHM(*population*, FITNESS-FN) **returns** an individual

**inputs:** *population*, a set of individuals

FITNESS-FN, a function that measures the fitness of an individual

**repeat**

*new\_population*  $\leftarrow$  empty set

**loop for** *i* **from** 1 **to** SIZE(*population*) **do**

*x*  $\leftarrow$  RANDOM-SELECTION(*population*, FITNESS-FN)

*y*  $\leftarrow$  RANDOM-SELECTION(*population*, FITNESS-FN)

*child*  $\leftarrow$  REPRODUCE(*x*, *y*)

**if** (small random probability) **then** *child*  $\leftarrow$  MUTATE(*child*)

add *child* to *new\_population*

*population*  $\leftarrow$  *new\_population*

**until** some individual is fit enough, or enough time has elapsed

**return** the best individual in *population*, according to FITNESS-FN

---

**function** REPRODUCE(*x*, *y*) **returns** an individual

**inputs:** *x*, *y*, parent individuals

*n*  $\leftarrow$  LENGTH(*x*)

*c*  $\leftarrow$  random number from 1 to *n*

**return** APPEND(SUBSTRING(*x*, 1, *c*), SUBSTRING(*y*, *c* + 1, *n*))

# Agenti con Ricerca “Online”

**Ragionamento/computazione e azione si alternano:**  
determino azione, eseguo, osservo ambiente, ....

Quando?

- No tempo per “pensare” a una soluzione intera
- Conoscenza parziale ambiente e/o proprie azioni
- Ambiente dinamico (altri agenti, azioni non-deterministiche, eventi esterni)

Input di un problema tipico online:

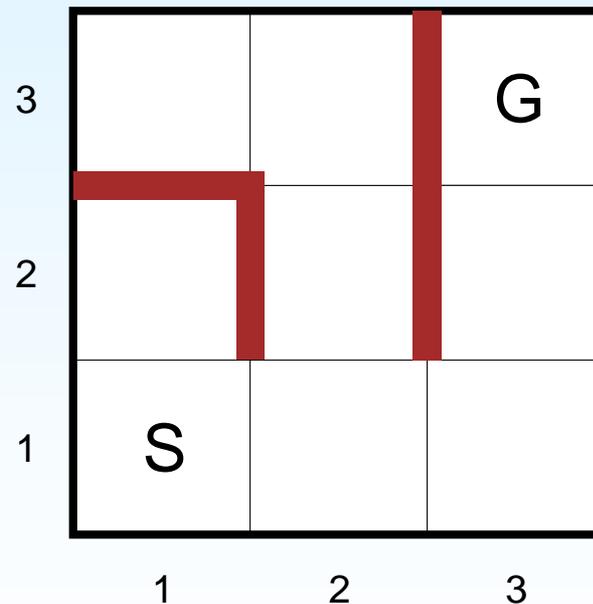
- Azioni( $s$ ): lista azioni applicabili in  $s$
- $C(s, a, s')$ : funzione costo azione  $a$  da  $s$  a  $s'$  ( $s'$  conosciuto DOPO esecuzione) --> usabile dopo aver eseguito l'azione
- $Goal-test(s)$

=> Stati successivi si conoscono solo dopo aver eseguito TUTTE le azioni applicabili

# Esempio Ricerca Online

L'agente deve andare da S a G non sapendo nulla dell'ambiente e delle proprie azioni

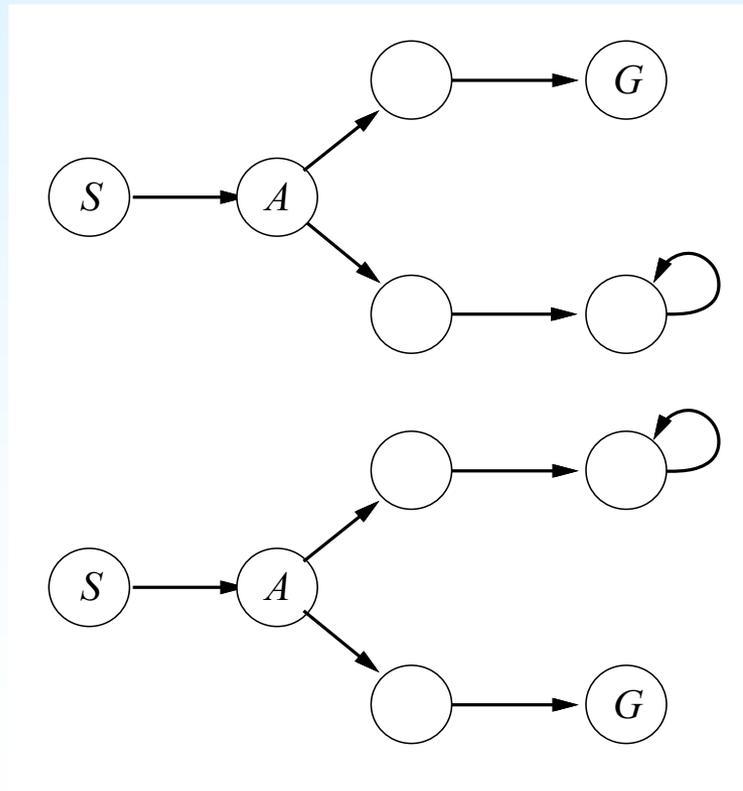
Assunzioni: azioni deterministiche + ricorda stati già visitati



L'agente (aspirapolvere) potrebbe conoscere le conseguenze *attese* delle proprie azioni e avere una euristica (DM), ma non conoscere gli ostacoli presenti....

# Altro esempio

L'agente ha attraversato *S* e *A*. I seguenti due diagrammi degli stati sono per lui identici, ma in realtà molto differenti tra loro....



# Rapporto di Competitività

Usato per misurare prestazioni algoritmi online:

*Costo soluzione trovata online (ambiente/diagramma stati sconosciuto) diviso costo soluzione ottima offline (ambiente conosciuto)*

Può essere infinito! (vicoli ciechi/deadends che mi fanno stare sempre nella stessa posizione/stato)

I due esempi precedenti contengono deadends

Spazio degli stati **esplorabile in modo sicuro**:

*Non ci sono deadends e tutti gli operatori/azioni sono reversibili (come ad es. in un tipico labirinto)*

# Algoritmi di ricerca online

Assunzione: *dopo ogni azione l'agente osserva il mondo e conosce lo stato del mondo in cui è aggiornando la sua conoscenza dell'ambiente (diagramma degli stati)*

Possiamo usare uno degli algoritmi completi già visti?

- A\*?
- Ricerca in ampiezza?
- Ricerca in profondità?

NB: la ricerca dell'algoritmo deve progredire *insieme* all'esecuzione dell'agente ...

# Ricerca in profondità online

Nota: creazione di punti di **backtracking** risalita a tali punti durante la ricerca (esempio lavagna)

La ricerca in profondità può essere resa online se:

- le operazioni di “backtracking” sono simulabili attraverso (sequenze di) azioni eseguite dall’agente che mi riportano in uno stato del mondo corrispondente allo stato della ricerca dove si è in contratto il punto di backtracking
- Il grafo/albero di ricerca è bidirezionale

# Ricerca in profondità online

**function** ONLINE-DFS-AGENT( $s'$ ) **returns** an action

**inputs:**  $s'$ , a percept that identifies the current state

**static:** *result*, a table, indexed by action and state, initially empty

*unexplored*, a table that lists, for each visited state, the actions not yet tried

*unbacktracked*, a table that lists, for each visited state, the backtracks not yet tried

$s, a$ , the previous state and action, initially null

**if** GOAL-TEST( $s'$ ) **then return** *stop*

**if**  $s'$  is a new state **then**  $unexplored[s'] \leftarrow \text{ACTIONS}(s')$

**if**  $s$  is not null **then do**

$result[a, s] \leftarrow s'$

add  $s$  to the front of  $unbacktracked[s']$

NB:  $unbacktrack[s']$  = non è  
aggiornato se  $a$  è azione di “reverse”

**if**  $unexplored[s']$  is empty **then**

**if**  $unbacktracked[s']$  is empty **then return** *stop*

**else**  $a \leftarrow$  an action  $b$  such that  $result[b, s'] = \text{POP}(unbacktracked[s'])$

**else**  $a \leftarrow \text{POP}(unexplored[s'])$

$s \leftarrow s'$

**return**  $a$

# Ricerca in profondità online esercizio

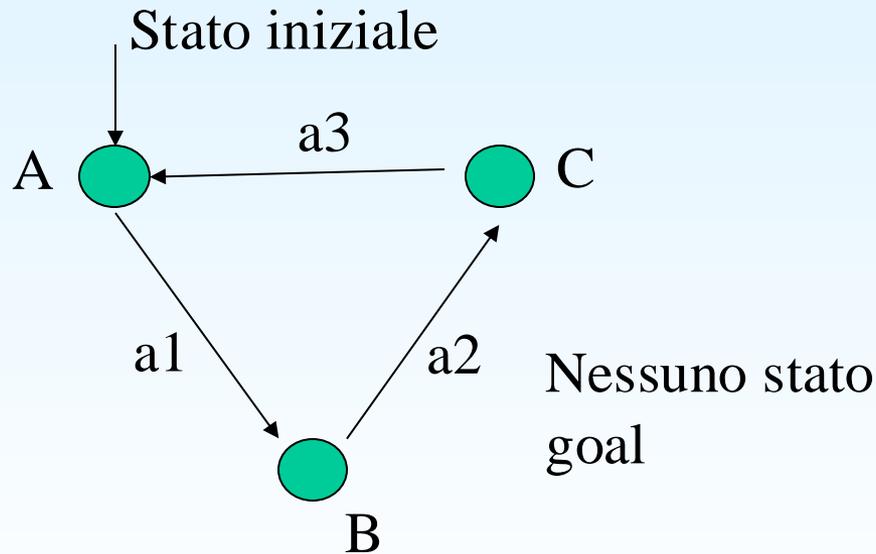


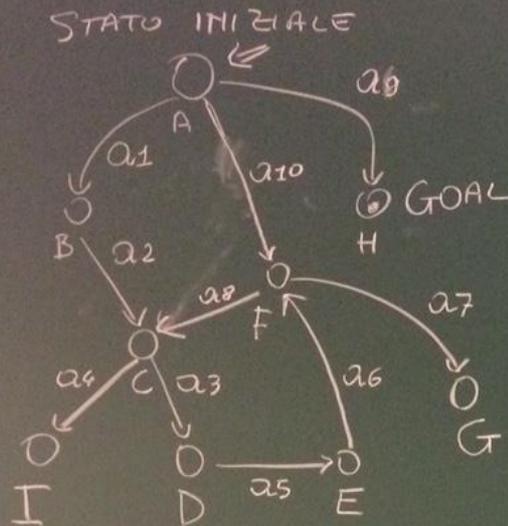
Diagramma degli stati  
(senza azioni reverse)

$s=\text{null}$ ,  $s'=A$ ,  $\text{Unex}[A]=\{a1\}$   
 $a=a1$  e  $\text{Unex}[A]=\{\}$

$s=A$ ,  $s'=B$ ,  $\text{Unex}[B]=\{a2\}$   
 $\text{Unback}[B]=\{A\}$   
 $a=a2$  e  $\text{Unex}[B]=\{\}$

.... Continuare ...

# Ricerca in profondità esercizio (da completare)



SOLUZIONE:  $(A, a_1), (B, a_2), (C, a_3)$

$$\textcircled{1} \quad S = \text{NULL}$$

$$S' = A \quad \text{unexp}[A] = (\cancel{a_1}, a_2, a_{10})$$

$$a = a_1$$

$$\delta = A$$

$$\textcircled{2} \quad \delta = A$$

$$\delta' = B \quad \text{unexp}[B] = (\cancel{a_2})$$

$$\text{result}[a_1, A] = B$$

$$\text{unback}[B] = (A)$$

$$Q = a_2$$

$$\delta = B$$

$$\textcircled{3} \quad \delta = B$$

$$\delta' = C \quad \text{unexp}[C] = (a_3, a_4)$$

$$\text{result}[a_2, B] = C$$

$$\text{unback}[C] = (B)$$

$$Q = a_3$$

$$\delta = C$$

**Assumere:**

B(a1) preferito a H(a9) preferito a F(a10)

D preferito a I

G preferito a C

Qual è il valore del rapporto di competitività ottenuto?

# Ricerca in profondità esercizio (soluzione)

STATO INIZIALE

$S = \text{NULL}$   
 ①  $S' = A$   $\text{unexp}[A] = (\cancel{a_1}, a_2, \cancel{a_{10}})$   
 $a = a_1$   
 $\delta = A$

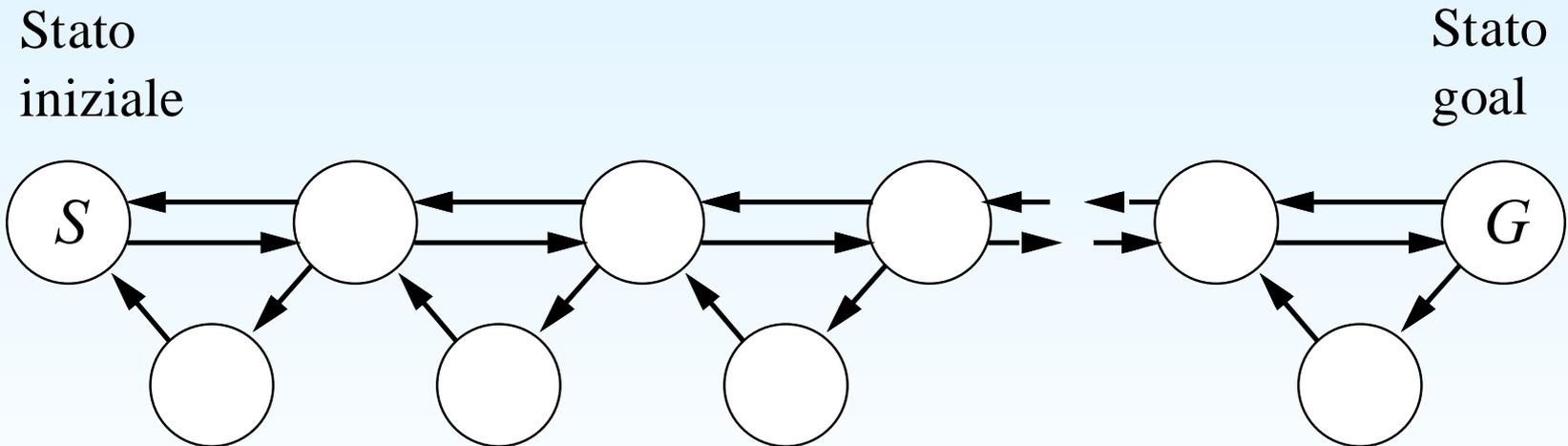
$\delta = A$   
 ②  $\delta' = B$   $\text{unexp}[B] = (\cancel{a_2})$   
 $\text{result}[a_1, A] = B$   
 $\text{unback}[B] = (A)$

$\delta = G$   
 $\delta' = F$   $\text{unexp}[F] = (\cancel{a_7})$   
 $a = a_8$   
 $\delta = F$

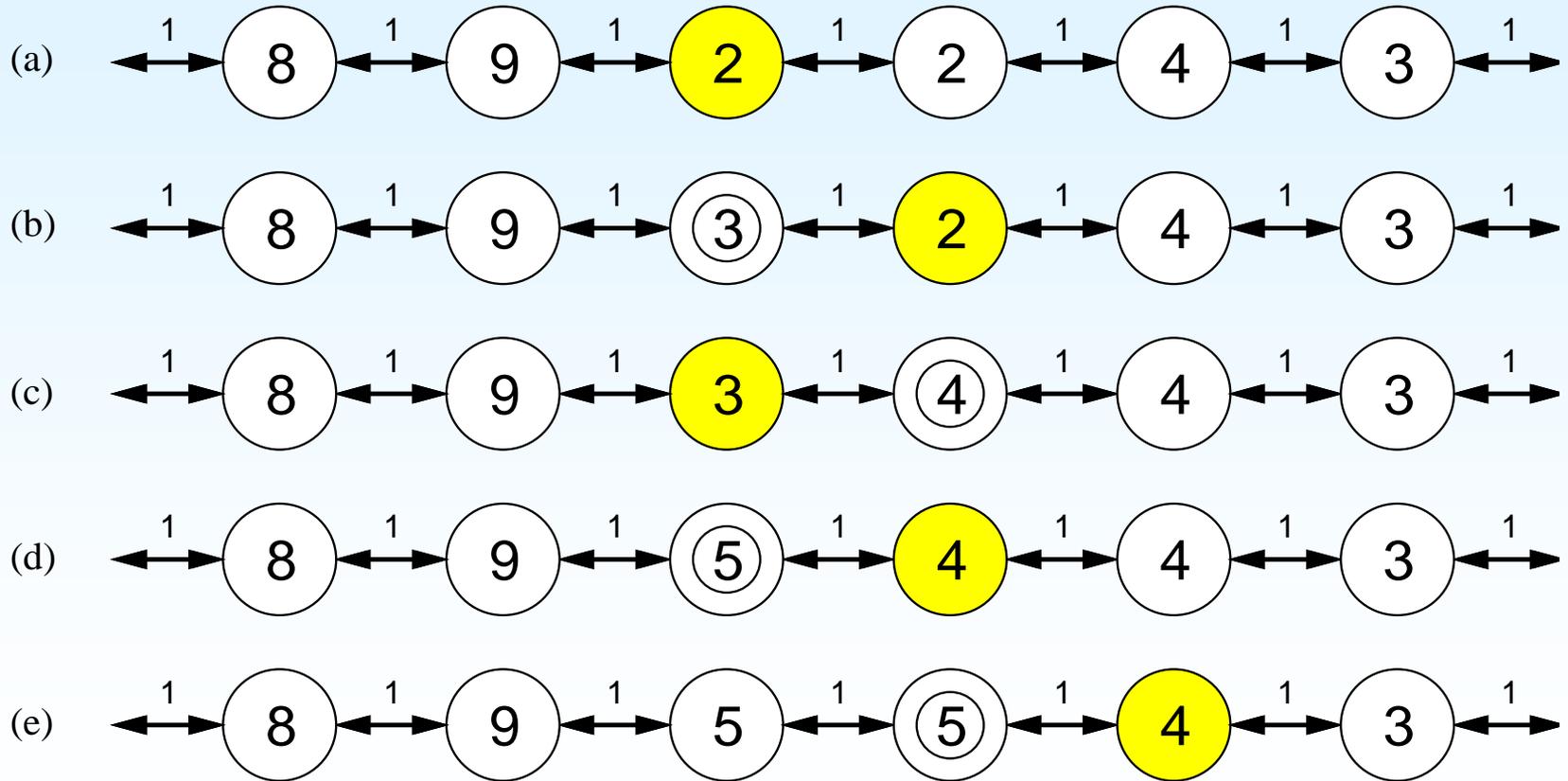
SOLUZIONE:  $(A, a_1), (B, a_2), (C, a_3), (D, a_5), (E, a_6), (F, a_7), (G, \bar{a}_2), (F, a_8), (C, a_4)$   
 $(I, \bar{a}_4), (C, \bar{a}_8), (F, \bar{a}_6), (E, \bar{a}_5), (D, \bar{a}_3), (C, \bar{a}_2), (B, \bar{a}_1), (A, a_0)$

STOP

# Ricerca locale online: esempio “random walk”



# Ricerca locale online con apprendimento di $h(n)$ : esempio



# Ricerca locale online

**function** LRTA\*-AGENT( $s'$ ) **returns** an action

**inputs:**  $s'$ , a percept that identifies the current state

**static:** *result*, a table, indexed by action and state, initially empty

$H$ , a table of cost estimates indexed by state, initially empty

$s, a$ , the previous state and action, initially null

**if** GOAL-TEST( $s'$ ) **then return** *stop*

**if**  $s'$  is a new state (not in  $H$ ) **then**  $H[s'] \leftarrow h(s')$

**unless**  $s$  is null

$result[a, s] \leftarrow s'$

$H[s] \leftarrow \min_{b \in ACTIONS(s)} LRTA^*-COST(s, b, result[b, s], H)$

$a \leftarrow$  an action  $b$  in  $ACTIONS(s')$  that minimizes  $LRTA^*-COST(s', b, result[b, s'], H)$

$s \leftarrow s'$

**return**  $a$

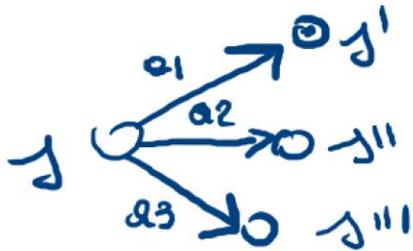
**function** LRTA\*-COST( $s, a, s', H$ ) **returns** a cost estimate

**if**  $s'$  is undefined **then return**  $h(s)$

**else return**  $c(s, a, s') + H[s']$

# Esercizio LRTA\* (in aula)

$$H[s] \leftarrow \min_{b \in \text{Actions}(s)} \text{LRTA}^* \text{-cost}(s, b, \text{result}(b, s), H)$$



$$\text{Actions}(s) = \{a_1, a_2, a_3\}$$

come viene aggiornato  
il valore di  $H[s]$ ?  
usando

Ipotesi: stato corrente =  $s'$   
stato precedente =  $s$

$s''$  già visitato

$s'''$  non visitato

---

$H[s']$  e  $H[s'']$  definiti

$H[s''']$  non definito

$\text{result}[s, a_1] = s'$

$\text{result}[s, a_2] = s''$

$\text{result}[s, a_3] = \text{null}$

# Esercizio LRTA\* (in aula)

$$H[s] = \min \left\{ \begin{array}{l} \text{LRTA}^* \text{-cost}(s, a_1, s', H), \\ \text{LRTA}^* \text{-cost}(s, a_2, s'', H), \\ \text{LRTA}^* \text{-cost}(s, a_3, s''', H) \end{array} \right\}$$

$$= \min \left\{ \begin{array}{l} \text{cost}(s, a_1, s') + H[s'], \\ \text{cost}(s, a_2, s'') + H[s''], \\ h(s) \end{array} \right\}$$

← perché  $s'''$  non è stato visitato

$$= \min \{ 2+3, 1+4, 4 \} = 4$$

$\Rightarrow H[s]$  non cambia  
(4 è valore iniziale)

$$h(s) = 4$$

$$\text{cost}(s, a_1, s') = 2$$

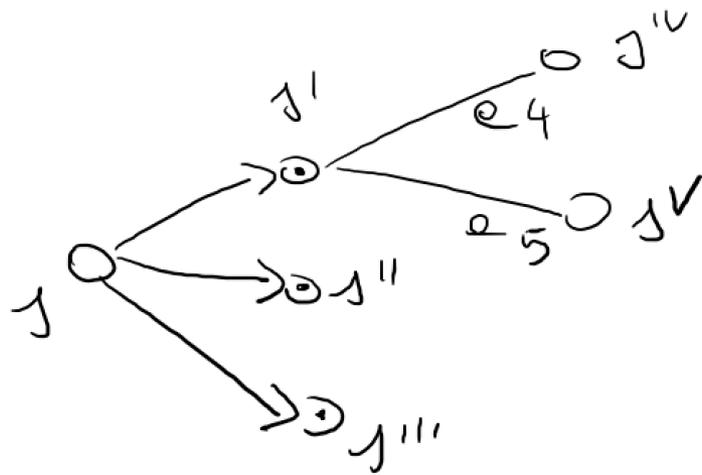
$$\text{cost}(s, a_2, s'') = 1$$

$$H[s'] = 3$$

$$H[s''] = 4$$

È se avessimo già visitato anche  $s'''$  con  $H[s'''] = 5$ ?

# Esercizi LRTA\* (in aula)



Se sono in  $s'$  e  
 $s''''$  non visitato  
 $s''''''$  non visitato

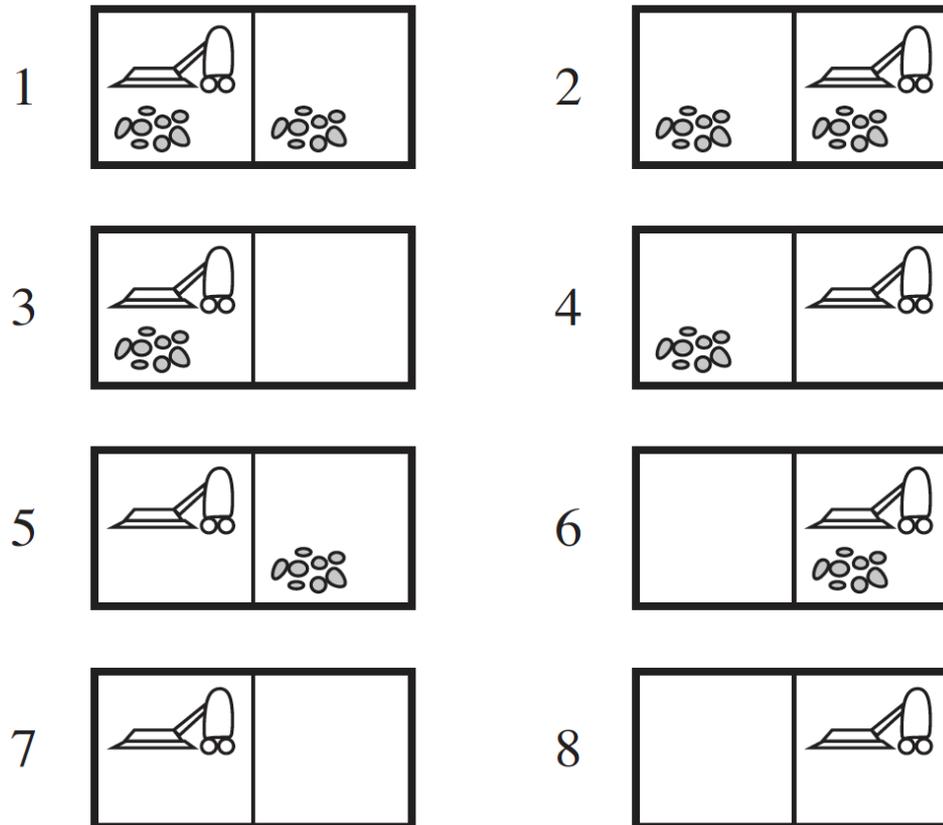
1) Quale azione  $b \in \text{Actions}(s')$  minimizza

$\text{LRTA}^* \text{-cost}(s', b, \text{result}(s', b), H)$  ?

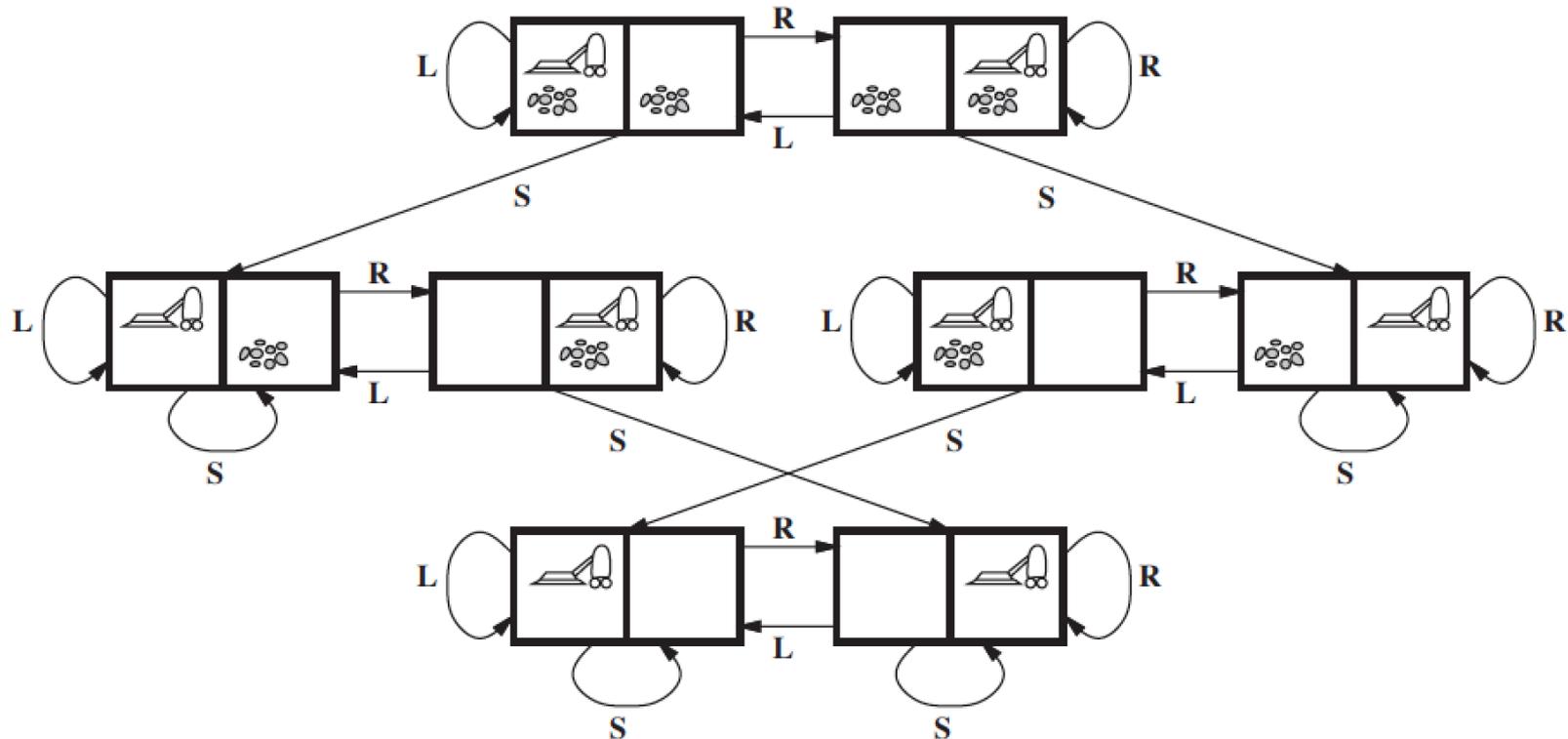
2) Si considerino altri scenari in cui uno tra  $\text{result}[s', a4]$  e  $\text{result}[s', a5]$  è definito oppure entrambi sono definiti?

# Problemi con Azioni Non-Deterministiche

# Stati possibili nell'esempio Robot Aspirapolvere



# Diagramma degli stati (se azioni deterministiche)



**Figure 3.3** The state space for the vacuum world. Links denote actions: L = *Left*, R = *Right*, S = *Suck*.

# Esempio robot aspirapolvere con azione non deterministica (aspira)

- ‘Aspira’ (suck) pulisce la locazione in cui è il robot e a volte pulisce anche quella adiacente
- ‘Aspira’ in una locazione pulita a volte sporca la locazione

Struttura delle soluzioni:

NB: gli stati sono fully observable

- non può essere una sequenza: è un albero (sequenze + **if-then-else**)

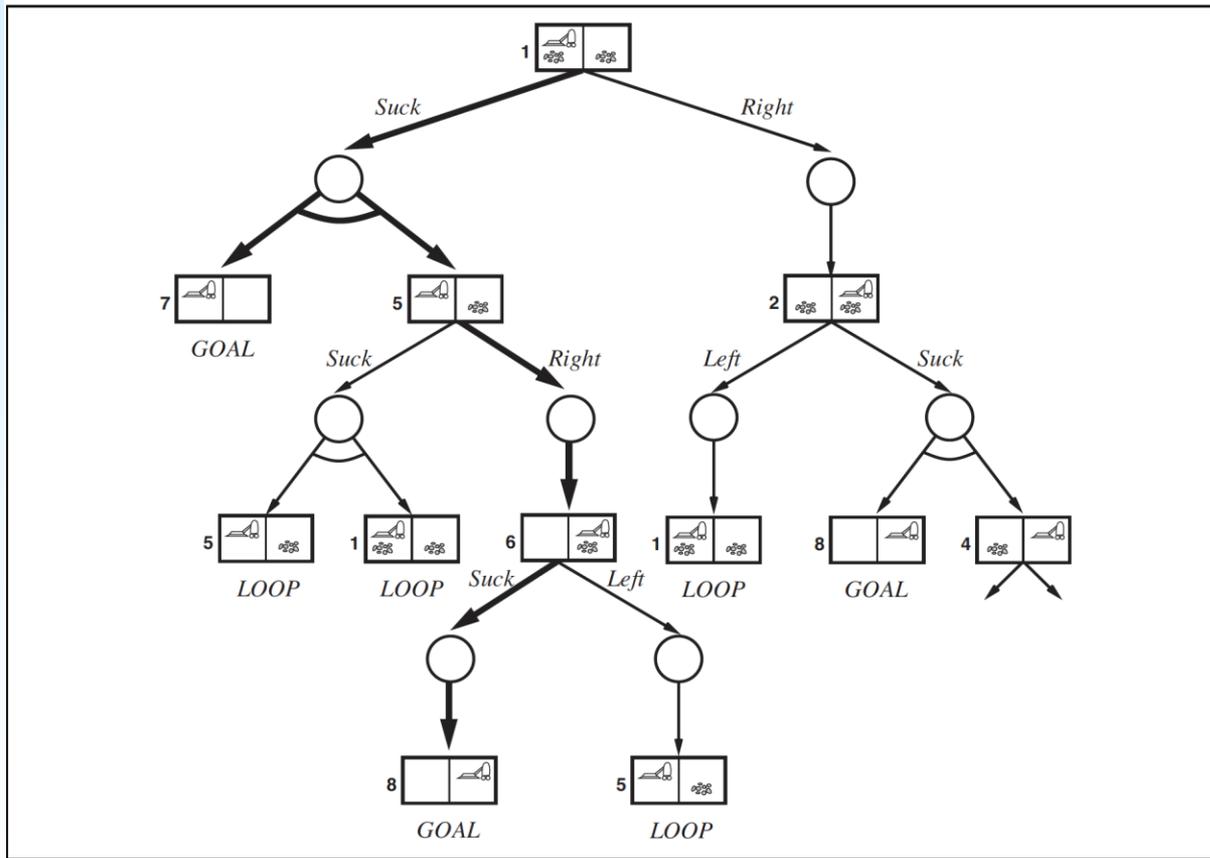
Ad esempio:

```
[aspira, if state = 5 then [vaidestra, aspira] else [ ]]
```

(soluzione descritta nella slide successiva)

- Gli if-then-else possono essere annidati!

# Esempio AND-OR Search Tree



**Figure 4.10** The first two levels of the search tree for the erratic vacuum world. State nodes are OR nodes where some action must be chosen. At the AND nodes, shown as circles, every outcome must be handled, as indicated by the arc linking the outgoing branches. The solution found is shown in bold lines.

**Pruning dei cicli:** se uno stato è già presente sul path che lo raggiunge dalla radice, viene eliminato (è **nodo terminale - loop**). Se esiste una soluzione che passa da quello stato, la possiamo trovare passando dal nodo 'uguale' precedente sul path.

# Algoritmo AND-OR Search

**function** AND-OR-GRAPH-SEARCH(*problem*) **returns** a conditional plan, or failure  
OR-SEARCH(*problem*.INITIAL-STATE, *problem*, [])

---

**function** OR-SEARCH(*state*, *problem*, *path*) **returns** a conditional plan, or failure  
**if** *problem*.GOAL-TEST(*state*) **then return** the empty plan  
**if** *state* is on *path* **then return** failure  
**for each** *action* **in** *problem*.ACTIONS(*state*) **do**  
    *plan* ← AND-SEARCH(RESULTS(*state*, *action*), *problem*, [*state* | *path*])  
    **if** *plan* ≠ failure **then return** [*action* | *plan*]  
**return** failure

RESULTS(*state*,*action*) può restituire più di uno stato!

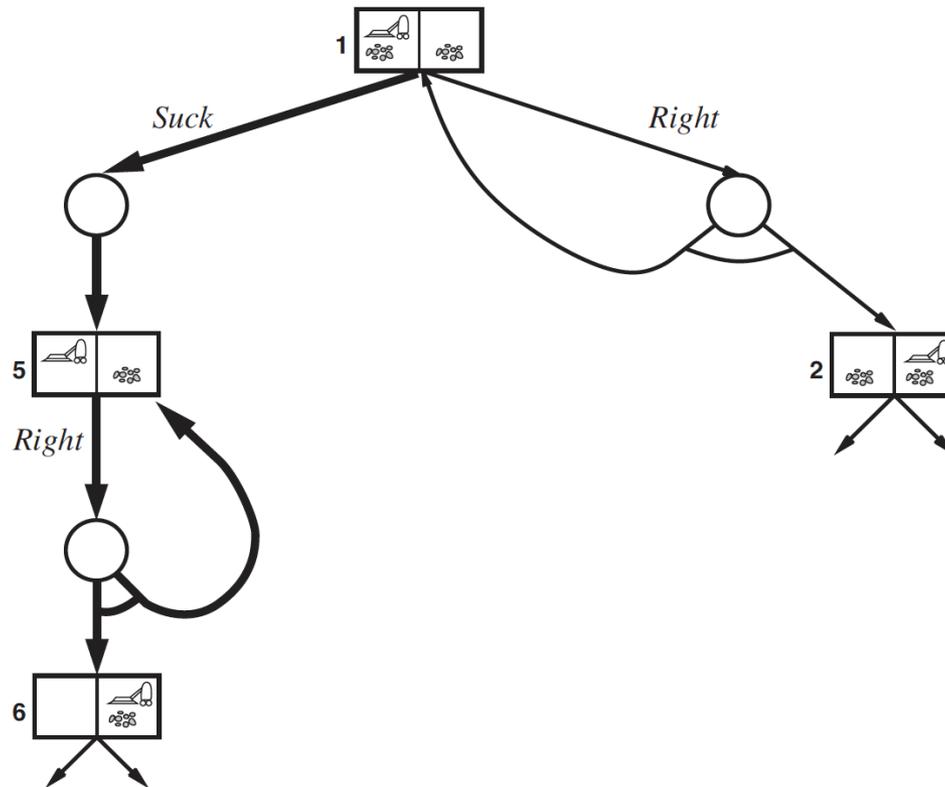
**function** AND-SEARCH(*states*, *problem*, *path*) **returns** a conditional plan, or failure  
**for each** *s<sub>i</sub>* **in** *states* **do**  
    *plan<sub>i</sub>* ← OR-SEARCH(*s<sub>i</sub>*, *problem*, *path*)  
    **if** *plan<sub>i</sub>* = failure **then return** failure  
**return** [**if** *s<sub>1</sub>* **then** *plan<sub>1</sub>* **else if** *s<sub>2</sub>* **then** *plan<sub>2</sub>* **else** ... **if** *s<sub>n-1</sub>* **then** *plan<sub>n-1</sub>* **else** *plan<sub>n</sub>*]

**Figure 4.11** An algorithm for searching AND-OR graphs generated by nondeterministic environments. It returns a conditional plan that reaches a goal state in all circumstances. (The notation [*x* | *l*] refers to the list formed by adding object *x* to the front of list *l*.)

# Estensioni di AND-OR Search

- Uso di euristiche per guidare la costruzione dell'albero
- Soluzioni **cicliche**: ogni effetto di qualsiasi azione prima o poi accade se continuo a ripeterne l'esecuzione (quindi ammetto ripetizioni cicliche per ottenere l'effetto desiderato)
- Struttura soluzioni cicliche: sequenze + if-then-else + **cicli** (ad es. costrutti di tipo **While**) => la soluzione è un algoritmo!
- Esempio aspirapolvere: le azioni di movimento a volte non spostano il robot (aspira resta invece deterministica).
  - Esempio sol. [aspira, **while** state = 5 **do** GoRight, aspira]

# Albero di ricerca AND-OR con cicli



**Figure 4.12** Part of the search graph for the slippery vacuum world, where we have shown (some) cycles explicitly. All solutions for this problem are cyclic plans because there is no way to move reliably.

# Elaborato AND-OR Search

Possibile elaborato per l'esame

Approfondimento sulla ricerca con azioni non deterministiche:

- Studio dei pianificatori non deterministici PRP e MyND  
Lettura di 2 articoli recenti
- Sperimentazione di PRP/MyND (software di dominio pubblico)

Meglio se iniziato dopo la parte su pianificazione automatica del corso di IA