

## Esercizio LOGICA

Si considerino le seguenti formule della logica del primo ordine:

1.  $\forall x (\text{Tandem}(x) \rightarrow \exists y z \text{ Sellino}(y) \wedge \text{Monta}(x,y) \wedge \text{Sellino}(z) \wedge \text{Monta}(x,z) \wedge y \neq z).$
2.  $\forall x (\text{Bici}(x) \rightarrow \exists y \text{ Sellino}(y) \wedge \text{Monta}(x,y) \wedge \forall z (\text{Sellino}(z) \wedge \text{Monta}(x,z) \rightarrow y = z)).$

le quali asseriscono che i tandem hanno (almeno) due sellini e che le biciclette hanno uno e un solo sellino. Si trasformino le formule in formato clausolare e si dimostri utilizzando la strategia basata su insieme di supporto e la hyper-risoluzione che il fatto che i tandem non sono biciclette è una conseguenza logica delle affermazioni iniziali. Si suggerisce di condurre la dimostrazione solo con le clausole (inferite) che si reputano utili indicando quali inferenze si intendono omettere.

## Soluzione

set(auto).

formula\_list(usable).

% I tandem hanno (almeno) due sellini

all x (tandem(x) -> (exists y z (sellino(y) & monta(x,y) & sellino(z) & monta(x,z) & y!=z))).

% Le bici hanno uno e un solo sellino

all x (bici(x) -> (exists y (sellino(y) & monta(x,y) & (all z (sellino(z) & monta(x,z) -> y=z)))))).

% TESI: I tandem non sono bici

-(all x (tandem(x) -> -bici(x))).

end\_of\_list.

-----> process usable:

\*\* KEPT (pick-wt=5): 1 [] -tandem(x)|sellino(\$f2(x)).

\*\* KEPT (pick-wt=6): 2 [] -tandem(x)|monta(x,\$f2(x)).

\*\* KEPT (pick-wt=5): 3 [] -tandem(x)|sellino(\$f1(x)).

\*\* KEPT (pick-wt=6): 4 [] -tandem(x)|monta(x,\$f1(x)).

\*\* KEPT (pick-wt=7): 5 [] -tandem(x)|\$f2(x)!=\$f1(x).

\*\* KEPT (pick-wt=5): 6 [] -bici(x)|sellino(\$f3(x)).

\*\* KEPT (pick-wt=6): 7 [] -bici(x)|monta(x,\$f3(x)).

\*\* KEPT (pick-wt=11): 8 [] -bici(x) | -sellino(y) | -monta(x,y)|\$f3(x)=y.

-----> process sos:

\*\* KEPT (pick-wt=2): 9  $\square$  tandem(\$c1).

\*\* KEPT (pick-wt=2): 10  $\square$  bici(\$c1).

----- PROOF -----

1  $\square$  -tandem(x)|sellino(\$f2(x)).

2  $\square$  -tandem(x)|monta(x,\$f2(x)).

3  $\square$  -tandem(x)|sellino(\$f1(x)).

4  $\square$  -tandem(x)|monta(x,\$f1(x)).

5  $\square$  -tandem(x)|\$f2(x) != \$f1(x).

8  $\square$  -bici(x) | -sellino(y) | -monta(x,y) | \$f3(x)=y.

9  $\square$  tandem(\$c1).

10  $\square$  bici(\$c1).

11 [hyper,9,4] monta(\$c1,\$f1(\$c1)).

12 [hyper,9,3] sellino(\$f1(\$c1)).

13 [hyper,9,2] monta(\$c1,\$f2(\$c1)).

14 [hyper,9,1] sellino(\$f2(\$c1)).

18,17 [hyper,11,8,10,12] \$f3(\$c1)=\$f1(\$c1).

19 [hyper,13,8,10,14,demod,18,flip.1] \$f2(\$c1)=\$f1(\$c1).

24 [hyper,19,5,9] \$F.

----- end of proof -----