

# Multi-Agent Path Finding



UNIVERSITY  
OF BRESCIA

Intelligenza Artificiale

Mattia Chiari

# Swarm Automation (SA)

Motivazione

MAPF classico

LNS2 e LaCAM

Challenge MAPF

2

## Definizione

Campo della robotica che riguarda la **coordinazione di grandi gruppi di robot autonomi relativamente semplici** che hanno come obiettivo il raggiungimento di un **goal condiviso**.

Ha diverse applicazioni tra cui:

- Warehouse and Logistics
- Operazioni di ricerca e salvataggio
- Salute
- Analisi e costruzione di infrastrutture



Fonte: Toyota



Fonte: Ocado Intelligent Automation

# Due modi per gestire SA

Motivazione

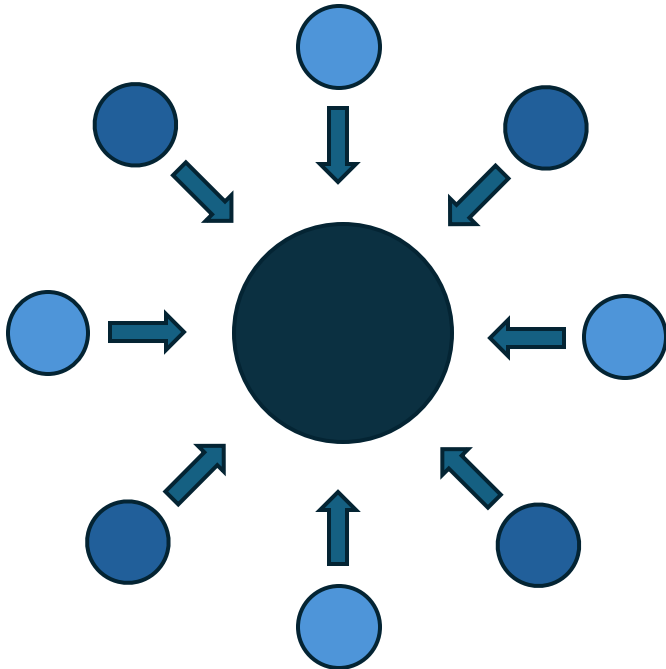
MAPF classico

LNS2 e LaCAM

Challenge MAPF

3

## Centralizzazione



## Decentralizzazione



# Centralizzazione VS Decentralizzazione

Motivazione

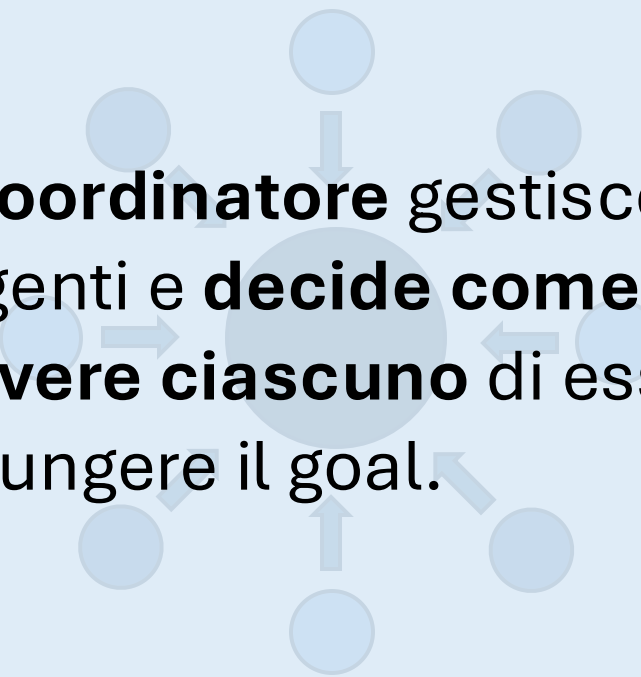
MAPF classico

LNS2 e LaCAM

Challenge MAPF

4

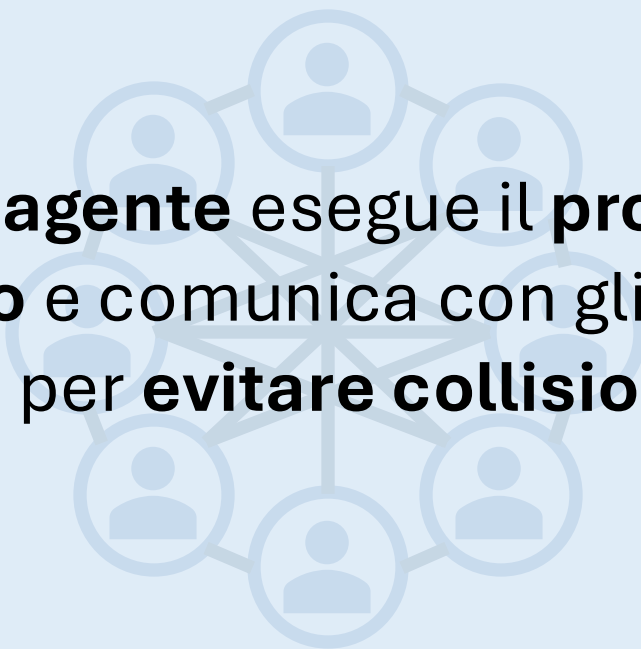
## Centralizzazione



Un **coordinatore** gestisce tutti gli agenti e **decide come muovere ciascuno** di essi per raggiungere il goal.

The diagram shows a central blue circle with several arrows pointing outwards to smaller blue circles, representing a central coordinator managing multiple agents.

## Decentralizzazione



Ogni **agente** esegue il **proprio piano** e comunica con gli agenti vicini per **evitare collisioni**.

The diagram shows a network of blue circles, each containing a person icon, connected by lines, representing a decentralized system where agents communicate with their neighbors.

# Centralizzazione VS Decentralizzazione (2)

Motivazione

MAPF classico

LNS2 e LaCAM

Challenge MAPF

5

## Centralizzazione

### PRO:

- Fornisce garanzie teoriche come ottimalità e completezza

### CONTRO:

- Lenta
- Non scalabile

## Decentralizzazione

### PRO:

- Veloce
- Scalabile

### CONTRO:

- Poche o nessuna garanzia teorica

# Centralizzazione VS Decentralizzazione (3)

Motivazione

MAPF classico

LNS2 e LaCAM

Challenge MAPF

6

Per casi reali, in cui il numero di agenti supera anche le **500 unità**, la scelta più utilizzata è la (semi) **decentralizzazione**. Questo è dovuto principalmente alla **poca scalabilità** e alla **lentezza** dei **sistemi centralizzati** che impediscono di gestire numeri elevati di agenti rapidamente.



Fonte: YT [Intel Automated Material-Handling System](#)

# Decentralizzazione

Motivazione

MAPF classico

LNS2 e LaCAM

Challenge MAPF

7

La **decentralizzazione** è uno **strumento molto potente** che noi utilizziamo nella vita di tutti i giorni.

Quando ci spostiamo, per esempio, noi cerchiamo di raggiungere la nostra destinazione interagendo con altre persone che hanno destinazioni diverse per evitare di fare incidenti.



Fonte: Incrocio di Shibuya (Tokyo, JP)



Fonte: Tarifa, SPA



# Decentralizzazione (2)

Motivazione

MAPF classico

LNS2 e LaCAM

Challenge MAPF

8

La **decentralizzazione** genera la possibilità di avere una **cattiva coordinazione** tra gli agenti



Fonte: <https://kei18.github.io/lacam2/>



Fonte: [Problema dei filosofi a cena](#)



# Decentralizzazione (3)

Motivazione

MAPF classico

LNS2 e LaCAM

Challenge MAPF

9

La **cattiva coordinazione** può, a sua volta, generare **incidenti**.

Spesso questi incidenti potrebbero essere ridotti attraverso l'utilizzo di un sistema **centralizzato**



Fonte: San Paolo, BRA



Fonte: Financial Times

# Centralizzazione

Motivazione

MAPF classico

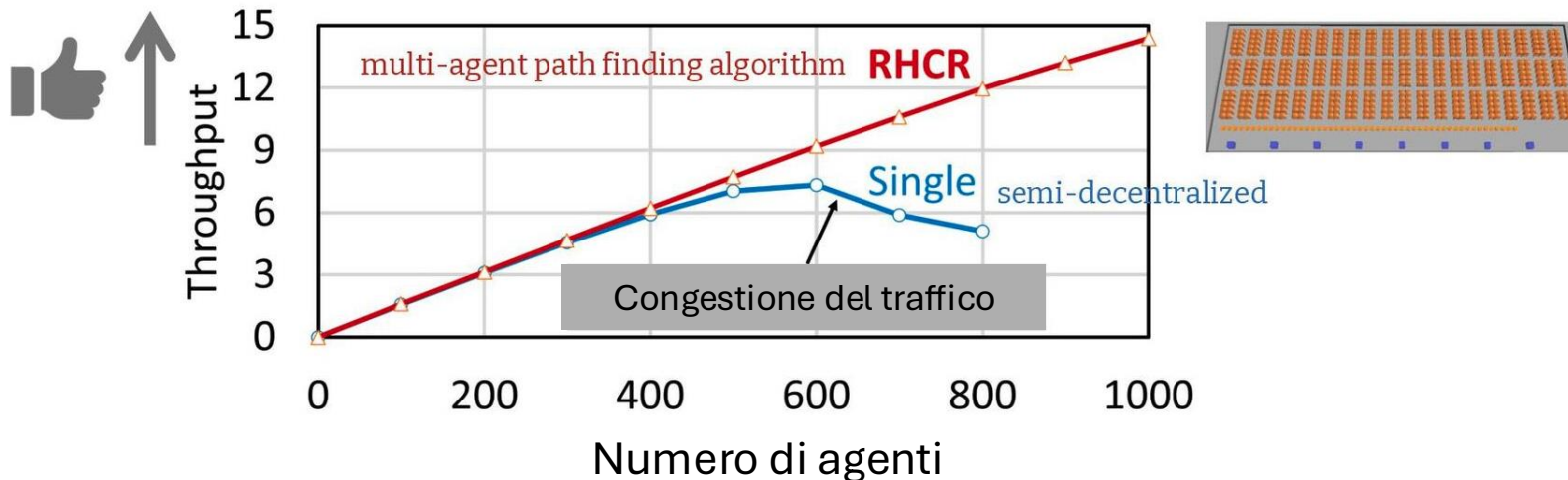
LNS2 e LaCAM

Challenge MAPF

10

La **centralizzazione**, oltre ad evitare incidenti, porta anche ad un miglioramento delle prestazioni complessive del sistema

Simulazione per la gestione di un magazzino



Fonte: Varambally, Sumanth, Jiaoyang Li, and Sven Koenig. "Which MAPF model works best for automated warehousing?", SOCS 2022.

# Centralizzazione (2)

Motivazione

MAPF classico

LNS2 e LaCAM

Challenge MAPF

11

## Domanda

Possiamo creare **algoritmi centralizzati** che siano **scalabili** pur mantenendo alcune **garanzie teoriche**?

Di questo si occupa il **Multi-Agent Path Finding**

# Multi-Agent Path Finding (MAPF)

Motivazione

MAPF classico

LNS2 e LaCAM

Challenge MAPF

12

## Problema

**Coordinare rotte e tempi di molti agenti su uno spazio condiviso, rispettando regole anti-collisione e ottimizzando un criterio scelto.**

## Obiettivi

- Velocità (idealmente **real-time**)
- Scalabilità
- Pochi movimenti inutili (idealmente **ottimalità**)

# Tipologie di collisione

Motivazione

MAPF classico

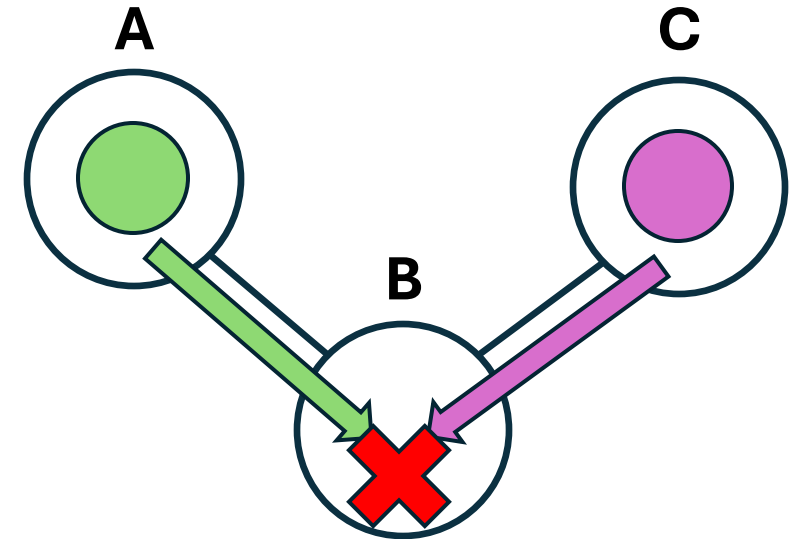
LNS2 e LaCAM

Challenge MAPF

13

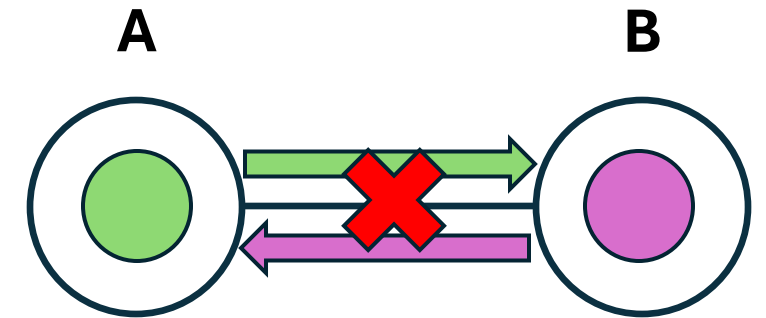
## Collisione sul nodo

- L'agente 1 (●) va dal nodo A al nodo B
- L'agente 2 (●) va dal nodo C al nodo B



## Collisione sul vertice

- L'agente 1 (●) va dal nodo A al nodo B
- L'agente 2 (●) va dal nodo B al nodo A



# Esempio di MAPF

14

Motivazione

MAPF classico

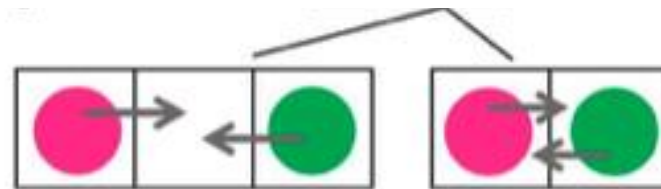
LNS2 e LaCAM

Challenge MAPF

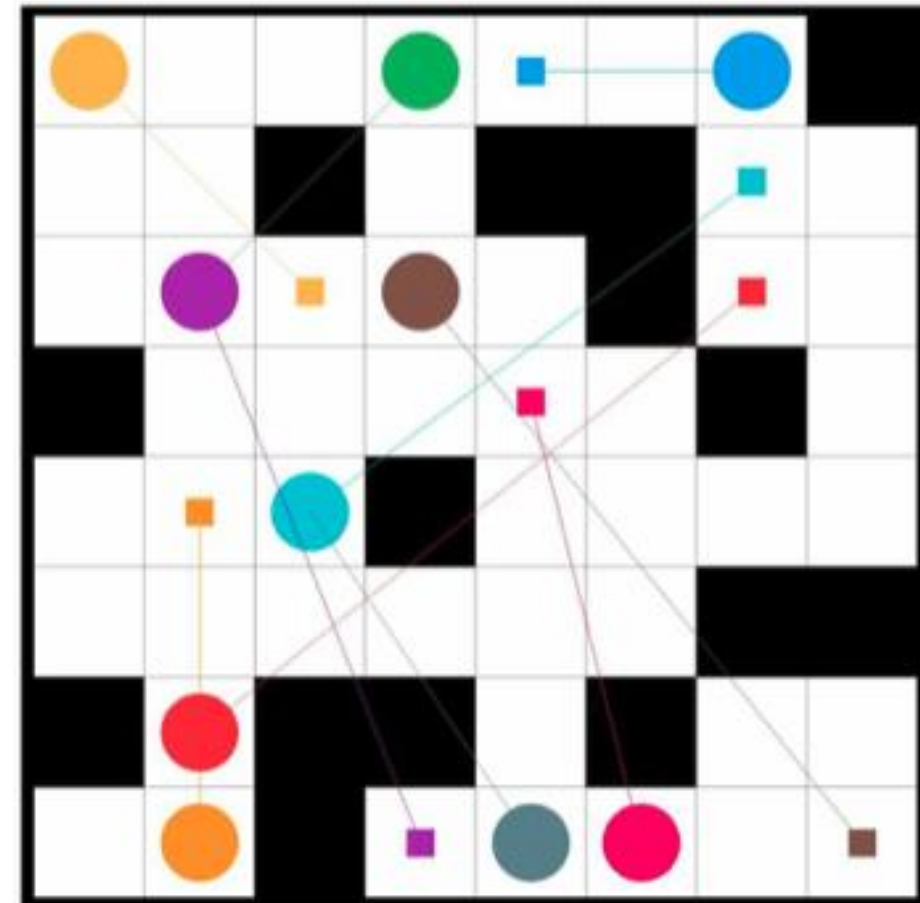
Dati



Soluzione

percorsi senza **collisioni**

Costi

tempo totale, distanza,  
throughput



# Applicazioni del MAPF: Videogiochi

Motivazione

MAPF classico

LNS2 e LaCAM

Challenge MAPF

15

Il MAPF è un componente fondamentale dell'intelligenza artificiale per la navigazione dei Non-Player Characters (NPC,), specialmente in scenari in cui un **gruppo di agenti** deve muoversi in un ambiente affollato **senza bloccarsi a vicenda**.

Le tecniche implementate nei videogiochi sono solitamente:

- A\* con ottimizzazioni
- CBS su mesh (versione semplificata della mappa)



Fonte: Starcraft II



Fonte: Age of Empire



# Applicazioni del MAPF: Logistica

Motivazione

MAPF classico

LNS2 e LaCAM

Challenge MAPF

16

La **logistica** è probabilmente l'applicazione industriale più diffusa e di maggior successo del MAPF.

Alcuni esempi sono:

- **Sistemi Kiva/Amazon Robotics:** I centri di smistamento di Amazon utilizzano centinaia o migliaia di robot autonomi per sollevare e spostare scaffali fino alle postazioni dei lavoratori. Gli algoritmi MAPF sono fondamentali per orchestrare i movimenti di questi agenti.
- **Sistemi di Smistamento Pacchi:** Robot in centri di smistamento merci utilizzano il MAPF per muoversi su nastri o aree dedicate e depositare i pacchi.



Fonte: Toyota



Fonte: Ocado Intelligent Automation

# Lifelong Multi Agent Path Finding (LMAPF)

Motivazione

MAPF classico

LNS2 e LaCAM

Challenge MAPF

17

## Problema

Coordinare rotte e tempi di molti agenti su uno spazio condiviso, rispettando regole anti-collisione e ottimizzando un criterio scelto. Gli agenti **ricevono continuamente nuovi goal** man mano che completano quelli precedenti.

## Obiettivi

Massimizzare il **throughput** (produttività), ovvero il numero medio di compiti completati per unità di tempo dall'intero sistema.

# Algoritmi MAPF

Motivazione

MAPF classico

LNS2 e LaCAM

Challenge MAPF

18

## Domanda

È vero che gli algoritmi per il MAPF non sono scalabili?

# A\* per MAPF

Motivazione

MAPF classico

LNS2 e LaCAM

Challenge MAPF

19

**Function** Best-First-Search(start state  $s_{init}$ ):

```
OPEN  $\leftarrow \{s_{init}\};$   
while OPEN  $\neq \emptyset$  do  
    |  $best \leftarrow \text{chooseNode}(\text{OPEN});$   
    | OPEN = OPEN  $\setminus \{best\};$   
    | if  $best \in G$  then  
    | | return  $best;$   
    | end  
    | OPEN  $\leftarrow \text{OPEN} \cup \text{succ}(n)$   
end
```

- se chooseNode usa  $h(n)$ : GBFS
- se usa  $f(n) = g(n) + h(n)$ :  $A^*$ ;
  - se  $h(n)$  **ammissibile**,  $A^*$  produce soluzione **ottima**.

In aggiunta si calcolano i successori  $\text{succ}(n)$  facendo in modo che le **transizioni non ammissibili** (collisioni sul nodo e sul vertice) vengano **escluse**.

# A\* per MAPF: Esempio

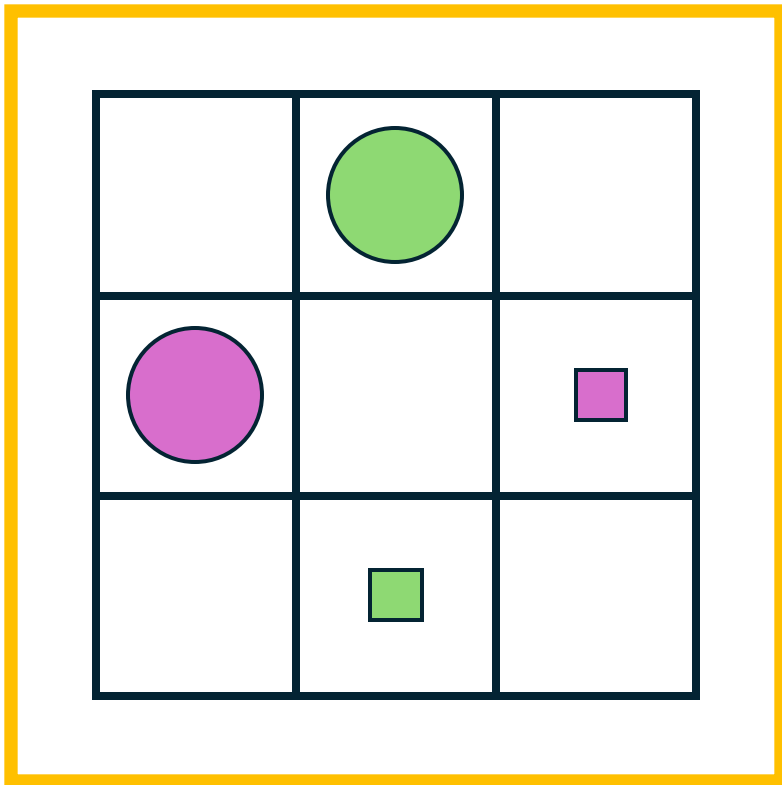
Motivazione

**MAPF classico**

LNS2 e LaCAM

Challenge MAPF

20



Espando il nodo iniziale

# A\* per MAPF: Esempio (2)

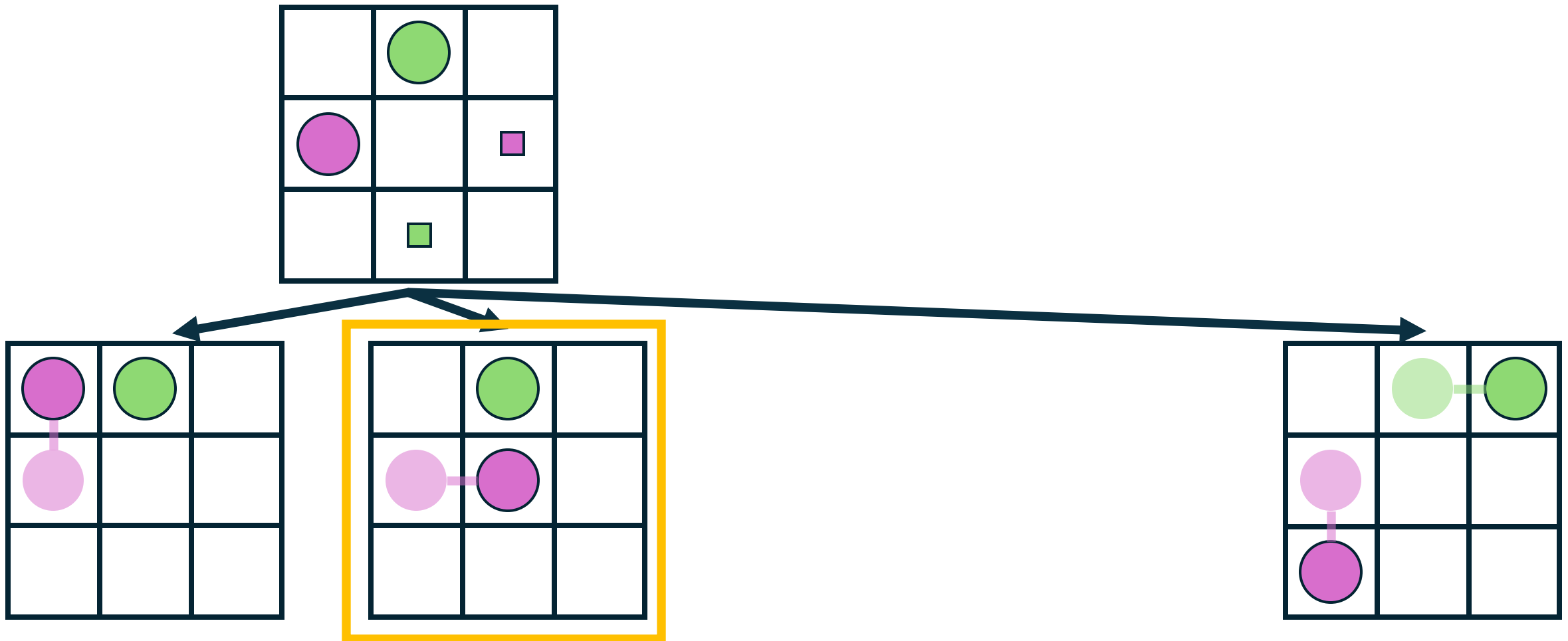
Motivazione

MAPF classico

LNS2 e LaCAM

Challenge MAPF

21



# A\* per MAPF: Esempio (3)

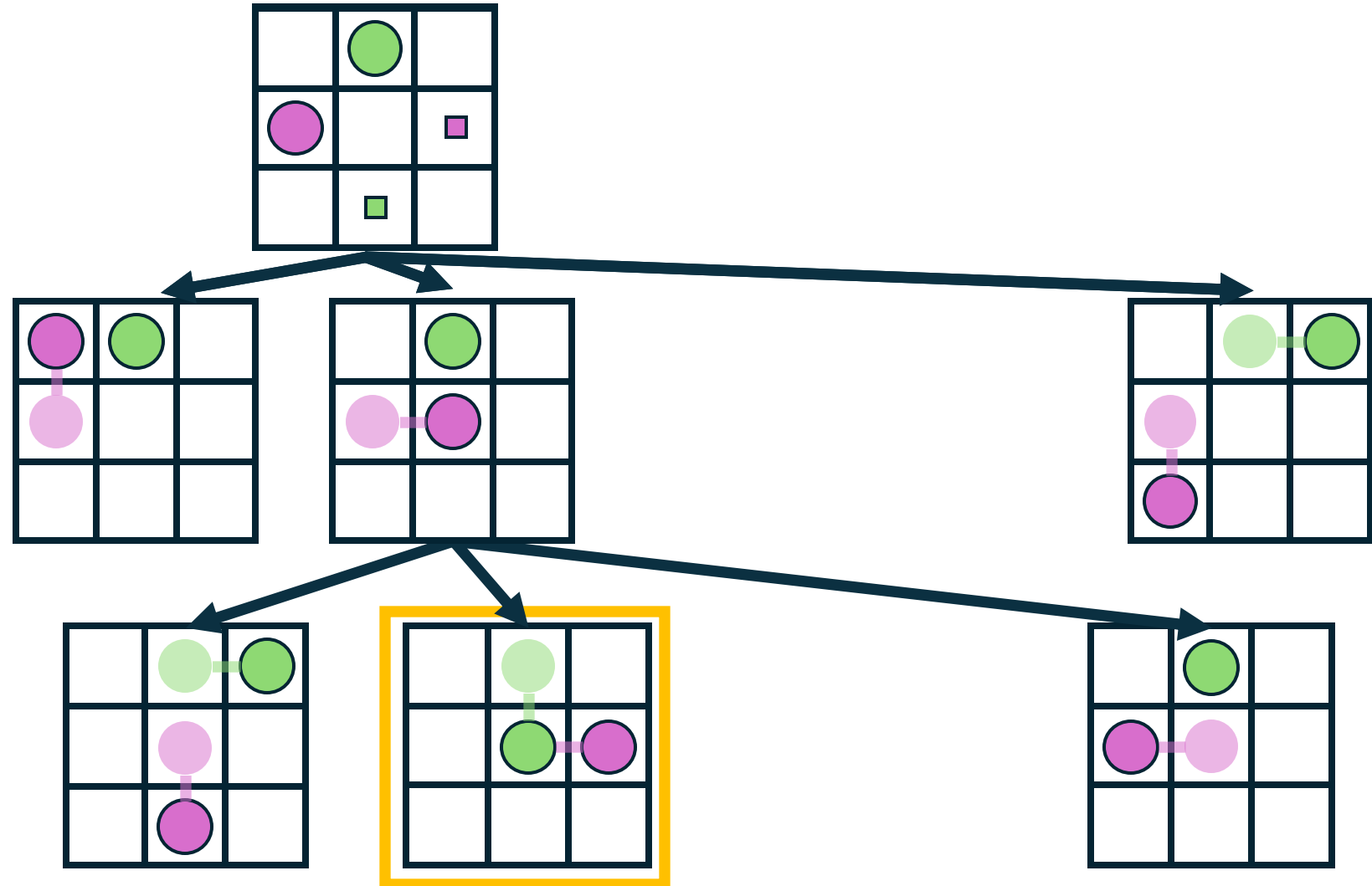
Motivazione

MAPF classico

LNS2 e LaCAM

Challenge MAPF

22





# A\* per MAPF: Esempio (4)

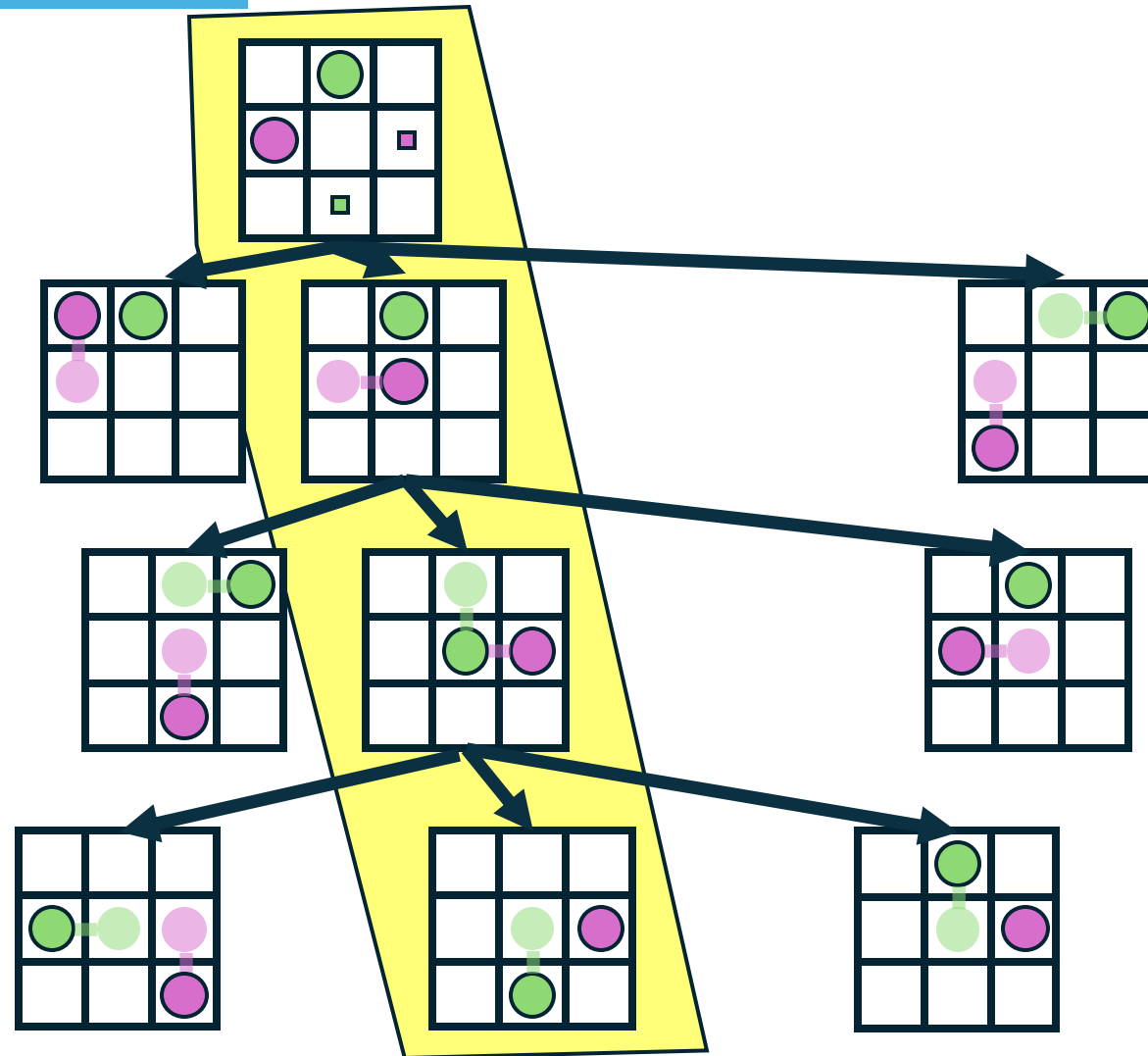
Motivazione

MAPF classico

LNS2 e LaCAM

Challenge MAPF

23



# A\* per MAPF: Proprietà

Motivazione

MAPF classico

LNS2 e LaCAM

Challenge MAPF

24

**Completezza:** l'algoritmo ritorna soluzioni in un tempo finito per tutte le istanze risolvibili; altrimenti segnala la che la soluzione non esiste

**Ottimalità:** l'algoritmo ritorna sempre la soluzione che ha costo minimo

# A\* per MAPF: Risultati su benchmark

Motivazione

MAPF classico

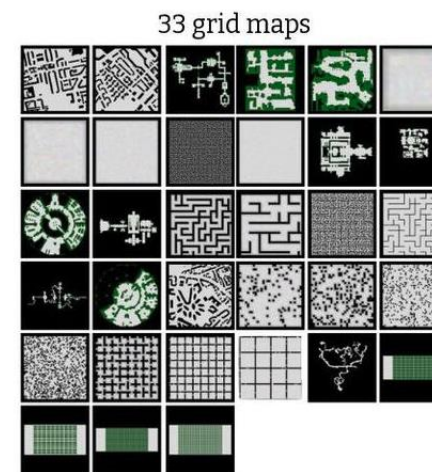
LNS2 e LaCAM

Challenge MAPF

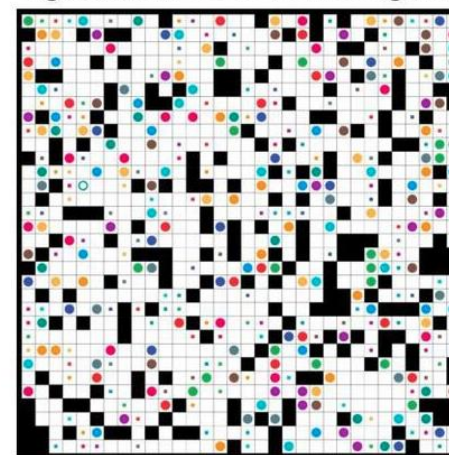
25

Osserviamo i risultati su un **benchmark** di MAPF composto da:

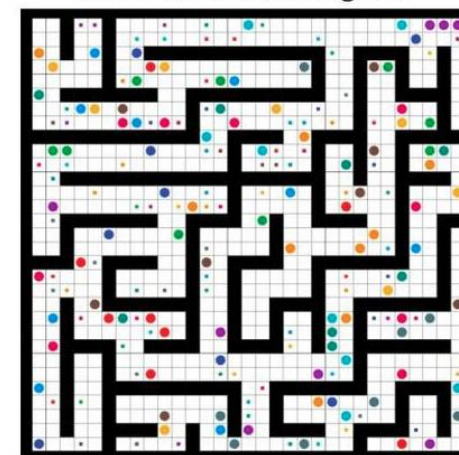
- 13900 istanze
- 33 mappe a griglia
- Ogni mappa è testata con un numero di agenti che va da 50 a 1000 ad intervalli di 50 agenti
- Il test è effettuato su un PC desktop



e.g., random-32-32-20, 200 agents



maze-32-32-2, 100 agents



# A\* per MAPF: Risultati su benchmark

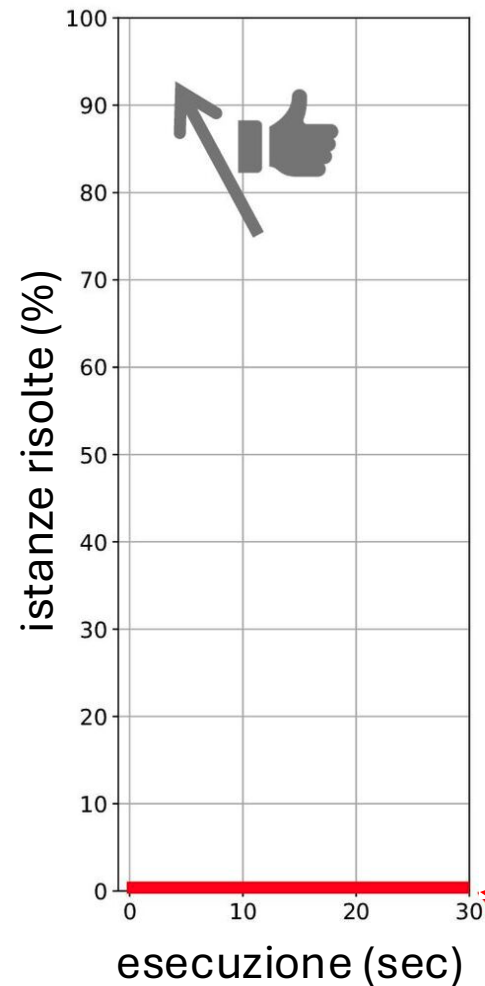
26

Motivazione

MAPF classico

LNS2 e LaCAM

Challenge MAPF



0.0% A\* [Hart+68]

completo

ottimo

# Perché A\* non funziona?

Motivazione

MAPF classico

LNS2 e LaCAM

Challenge MAPF

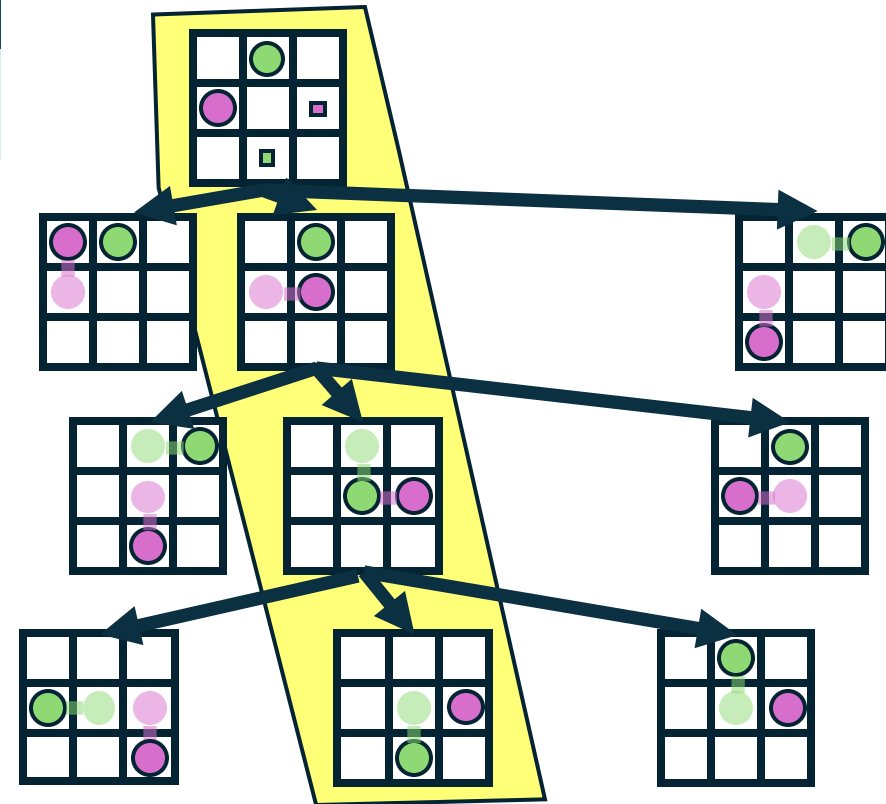
27

## Definizione: Branching factor

Il numero di nodi successori per un dato nodo

MAPF per mappe a griglia ha un branching factor enorme:  $O(5^N)$  dove  $N$  è il numero di agenti. Ogni agente infatti può eseguire 5 azioni (su, giù, sinistra, destra e fermo)

Ad esempio con 20 agenti il branching factor è 95367631640625.



# A\* per MAPF: Risultati su benchmark

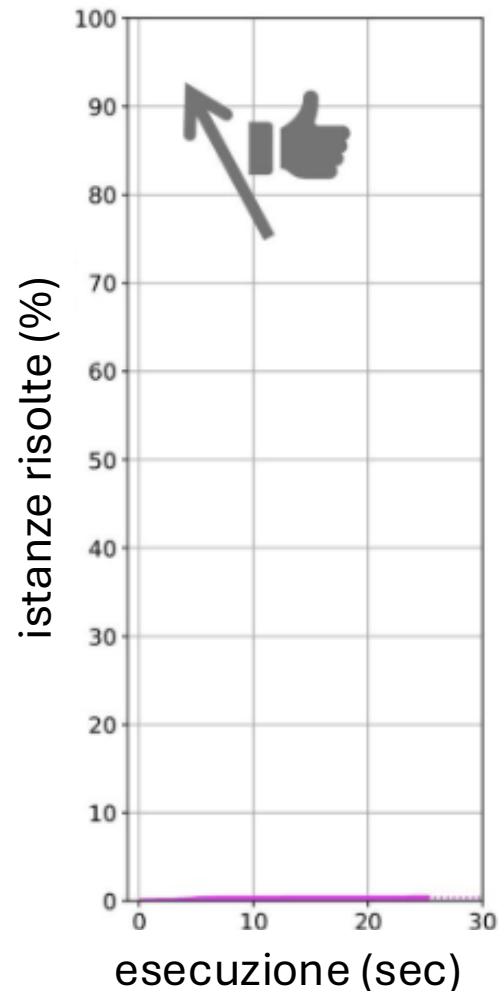
28

Motivazione

MAPF classico

LNS2 e LaCAM

Challenge MAPF



Gli algoritmo completi e ottimi **non riescono a scalare**.

Trovare una soluzione ottima è un problema NP-hard.

0.4% ODrM\* [Wagner+AIJ-15]  
0.0% A\* [Hart+68]

completo  
completo

ottimo  
ottimo

# Tradeoff per gli algoritmi di MAPF

Motivazione

MAPF classico

LNS2 e LaCAM

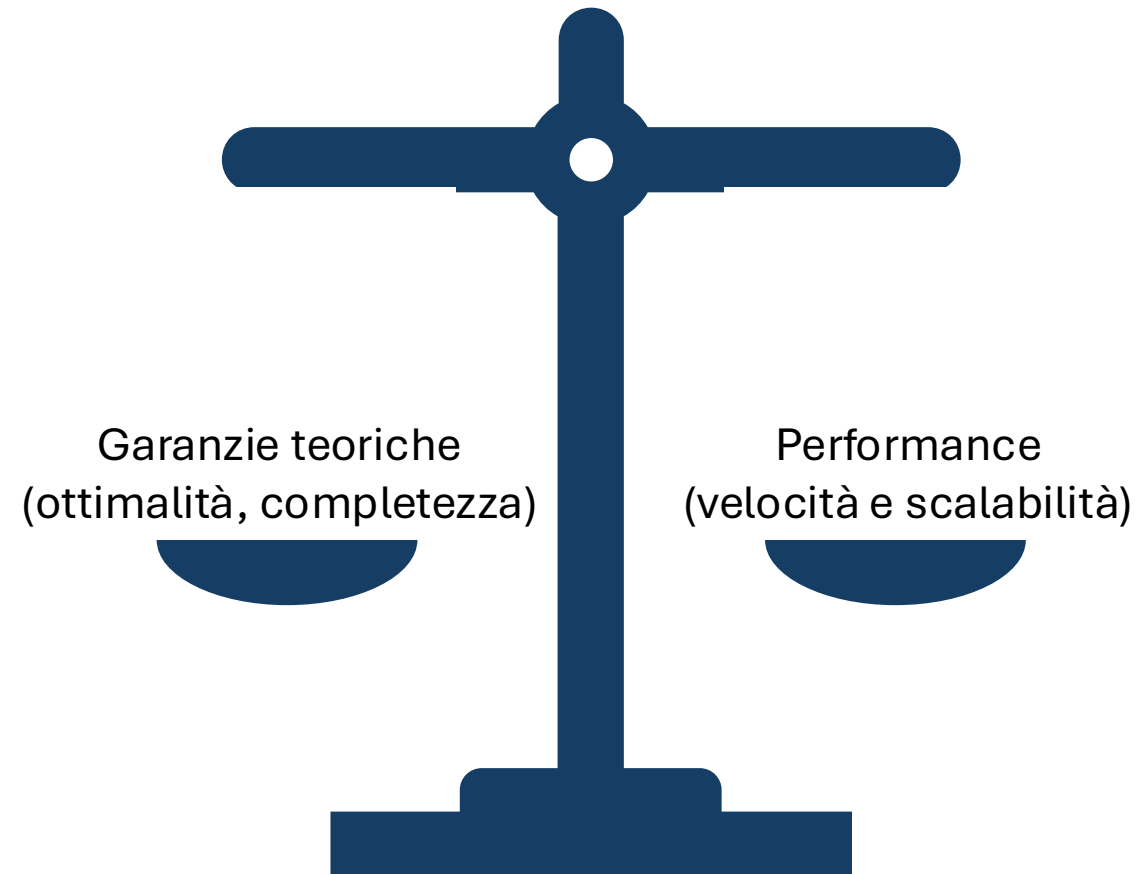
Challenge MAPF

29

Gli algoritmi di MAPF devono bilanciare le **garanzie fornite** e le **performance**. Come abbiamo visto,  $A^*$  ha delle garanzie teoriche molto forti che però impattano pesantemente sulle performance.

## Domanda

Possiamo alleggerire queste garanzie e migliorare le performance?





# Rilassare la completezza

Motivazione

MAPF classico

LNS2 e LaCAM

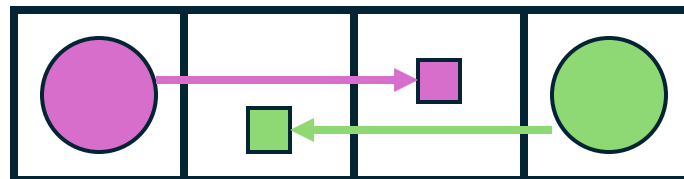
Challenge MAPF

30

**Completezza:** l'algoritmo ritorna soluzioni in un tempo finito per tutte le istanze risolvibili; ~~altrimenti segnala che la soluzione non esiste~~

**Ottimalità:** l'algoritmo ritorna sempre la soluzione che ha costo minimo

Perdiamo la capacità di identificare le istanze irrisolvibili



# Conflict-based Search (CBS)

Motivazione

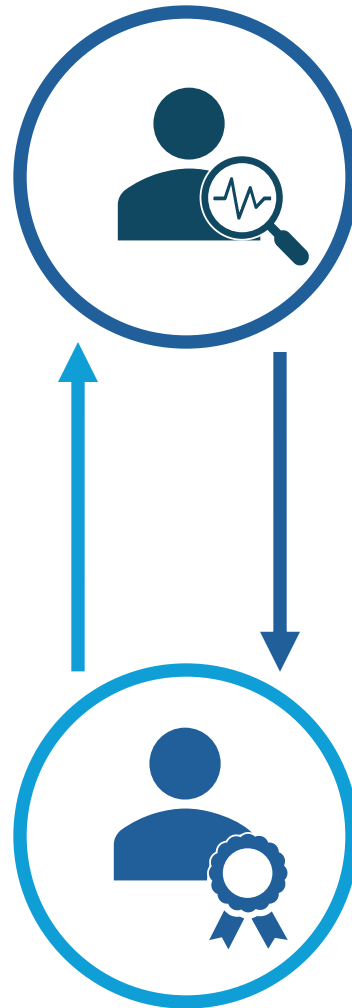
**MAPF classico**

LNS2 e LaCAM

Challenge MAPF

31

Ricerca a basso livello



Ricerca ad alto livello

Fonte: Sharon et al. Conflict-based search for optimal multi-agent pathfinding. *Artificial intelligence*, 2015.

# Ricerca ad alto livello

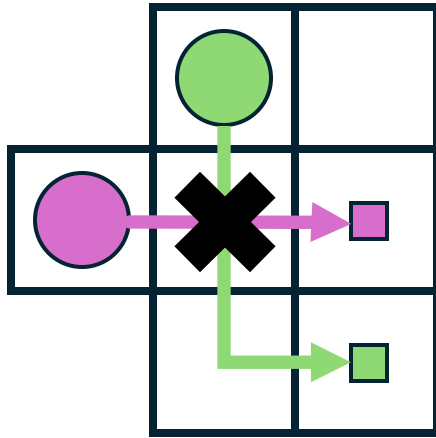
Motivazione

MAPF classico

LNS2 e LaCAM

Challenge MAPF

32



Ricerca a basso livello



## Ricerca ad alto livello

**Identifica i conflitti** nella soluzione candidata

Richiede il percorso di un **singolo agente** che **evita i conflitti** identificati



# Ricerca a basso livello

Motivazione

MAPF classico

LNS2 e LaCAM

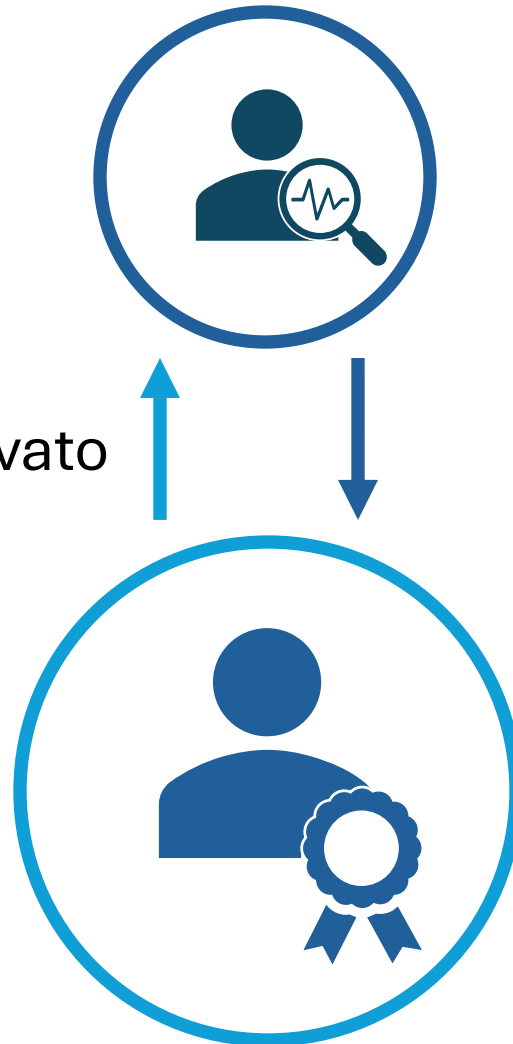
Challenge MAPF

33

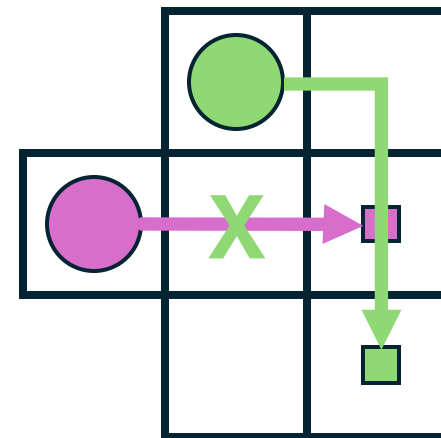
Ritorna il percorso trovato

## Ricerca a basso livello

Trova un percorso che **soddisfa i vincoli** (evita i conflitti).



Ricerca ad alto livello



# Conflict-based Search (CBS)

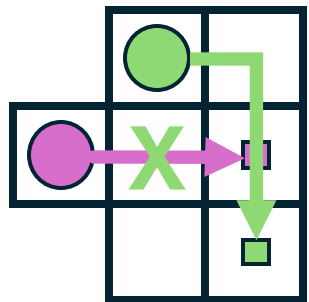
34

Motivazione

MAPF classico

LNS2 e LaCAM

Challenge MAPF



## Ricerca a basso livello

Trova un percorso che **soddisfa i vincoli** (evita i conflitti).

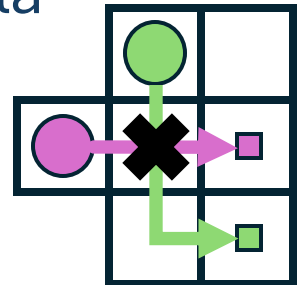
Ritorna il percorso trovato



## Ricerca ad alto livello

Identifica i **conflitti** nella soluzione candidata

Richiede il percorso di un **singolo agente** che **evita i conflitti** identificati



# CBS: Esempio

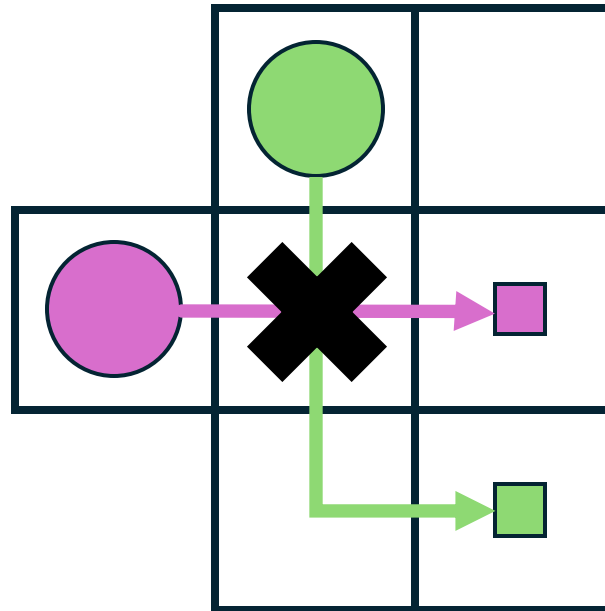
Motivazione

**MAPF classico**

LNS2 e LaCAM

Challenge MAPF

35



Piano con conflitti  
Costo = 5

# CBS: Esempio (2)

36

Motivazione

MAPF classico

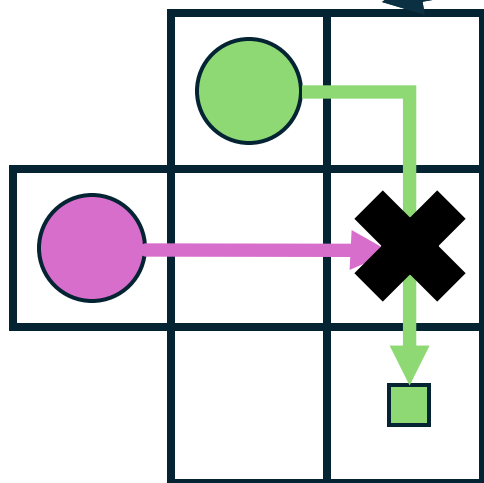
LNS2 e LaCAM

Challenge MAPF

## Replan Agente 1

All'istante  $t=1$  l'agente 1 non può trovarsi nella cella che ha causato il conflitto (c4)

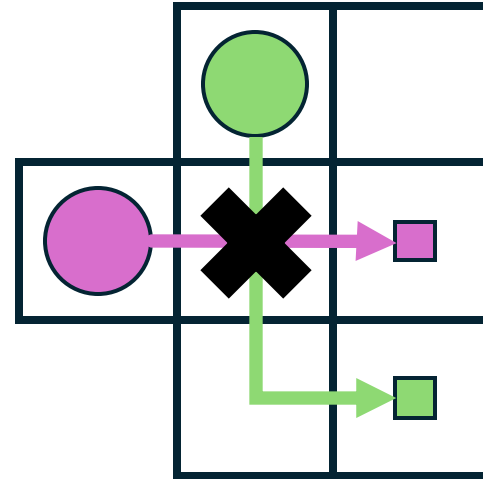
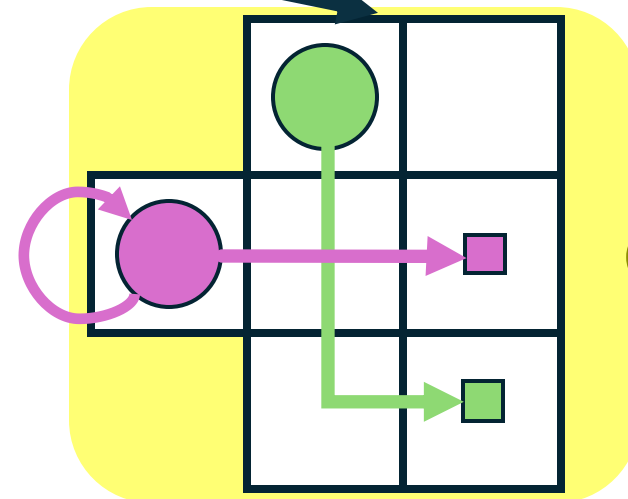
Costo = 5



## Replan Agente 2

All'istante  $t=1$  l'agente 2 non può trovarsi nella cella che ha causato il conflitto (c4)

Costo = 6





# CBS: Esempio (3)

37

Motivazione

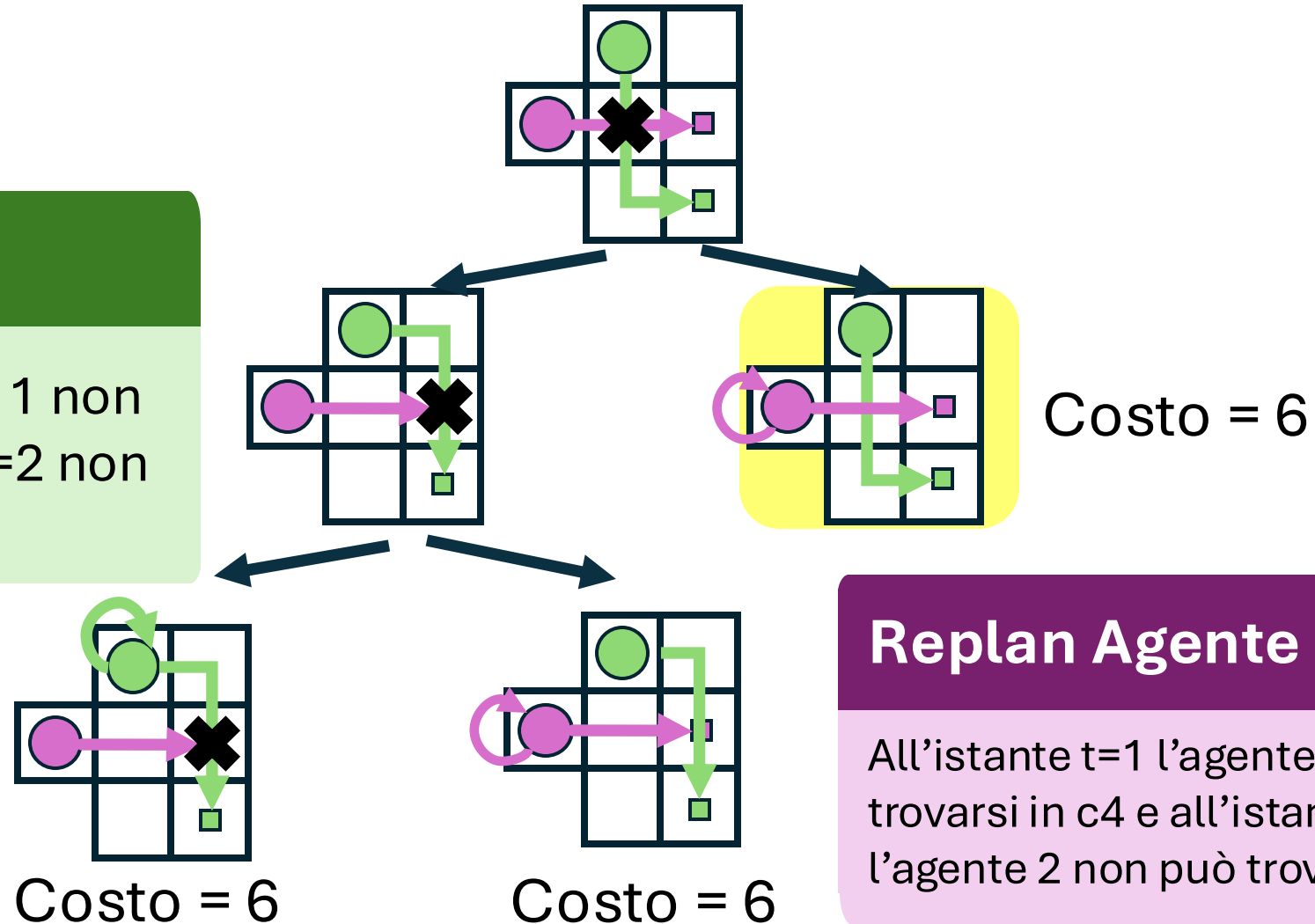
MAPF classico

LNS2 e LaCAM

Challenge MAPF

## Replan Agente 1

All'istante  $t=1$  l'agente 1 non può trovarsi in c4 e a  $t=2$  non può trovarsi in c5



## Replan Agente 2

All'istante  $t=1$  l'agente 1 non può trovarsi in c4 e all'istante  $t=2$  l'agente 2 non può trovarsi in c5

# CBS: Risultati su benchmark

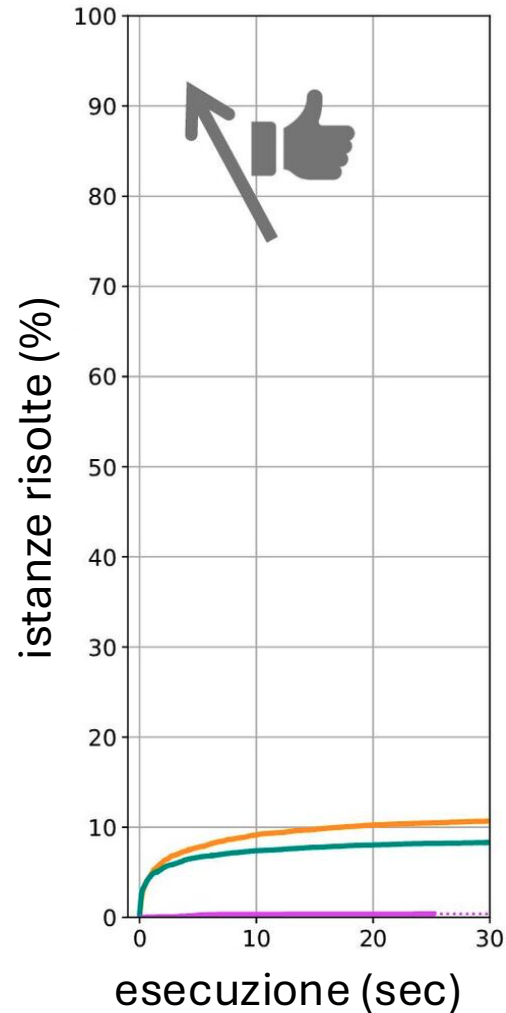
38

Motivazione

MAPF classico

LNS2 e LaCAM

Challenge MAPF



10.7% BCP [lam+ COR-22]

8.3% CBS [Sharon+ AIJ-26, Li+ AIJ-21]

0.4% ODrM\* [Wagner+AIJ-15]

0.0% A\* [Hart+68]

completo per soluzioni

completo per soluzioni

completo

completo

ottimo

ottimo

ottimo

ottimo

# Rilassare l'ottimalità

Motivazione

MAPF classico


LNS2 e LaCAM

Challenge MAPF

39

**Completezza:** l'algoritmo ritorna soluzioni in un tempo finito per tutte le istanze risolvibili; altrimenti segnala che la soluzione non esiste

**Ottimalità:** l'algoritmo ritorna sempre la soluzione che ha ~~costo minimo~~



Permettiamo soluzioni che hanno un costo sub-ottimo.  
In particolare accettiamo soluzioni con un **costo sub-ottimo**  
**vincolato:**

$$c(path) \leq w \cdot C_{opt} \quad (w \geq 1)$$

# $wA^*$

Motivazione

**MAPF classico**

LNS2 e LaCAM

Challenge MAPF

40

- $wA^*$  **generalizza**  $A^*$  cambiando la funzione impiegata per decidere quale nodo espandere prioritariamente; dato  $w \geq 1$ :

$$f(n) = g(n) + w \cdot h(n)$$

- le soluzioni prodotte sono  $w$ -ammissibili;
- se  $w = 1$ ,  $wA^* = A^*$ ;
- se  $w \rightarrow \infty$ ,  $wA^* \rightarrow$  GBFS (i nodi prioritarizzati unicamente secondo  $h(n)$ )

# wA\* per MAPF: Risultati su benchmark

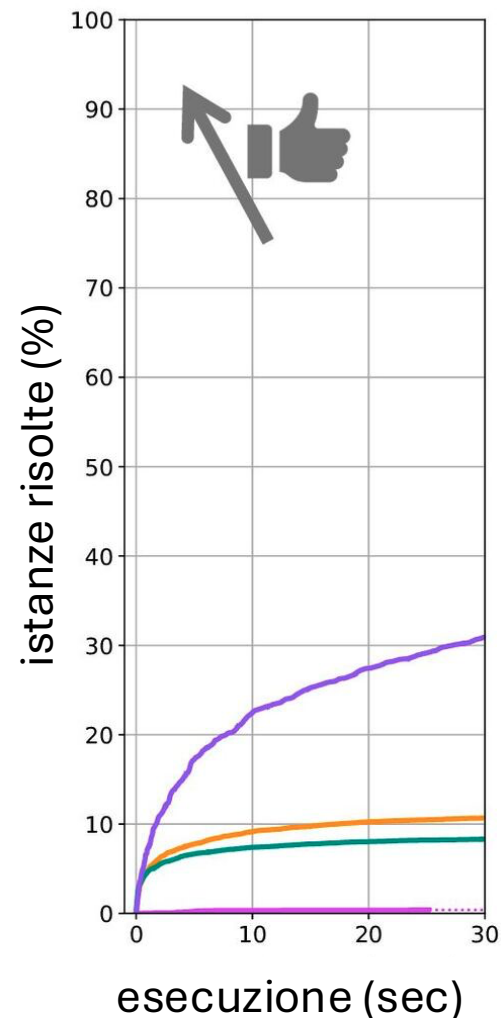
41

Motivazione

MAPF classico

LNS2 e LaCAM

Challenge MAPF



Variante di wA\*

30.9% I-ODrM\*-5 [Wagner+AIJ-15]

completo

w-subottimo

10.7% BCP [lam+ COR-22]

completo per soluzioni

ottimo

8.3% CBS [Sharon+ AIJ-26, Li+ AIJ-21]

completo per soluzioni

ottimo

0.4% ODrM\* [Wagner+AIJ-15]

completo

ottimo

0.0% A\* [Hart+68]

completo

ottimo

# Rilassare la completezza e l'ottimalità

Motivazione

MAPF classico

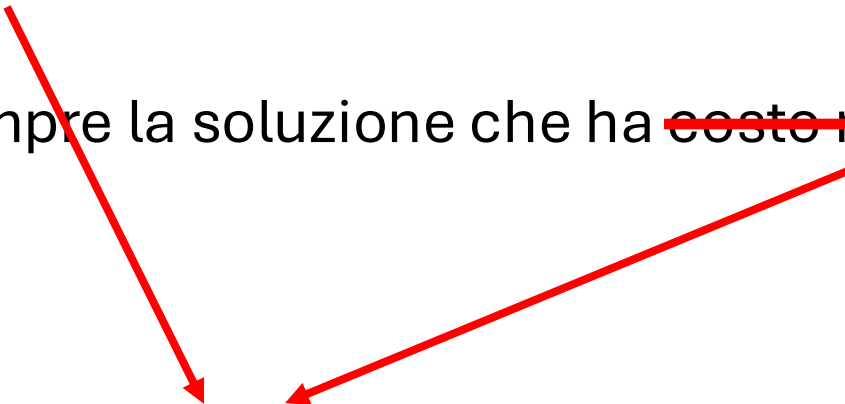
LNS2 e LaCAM

Challenge MAPF

42

**Completezza:** l'algoritmo ritorna soluzioni in un tempo finito per tutte le istanze risolvibili; ~~altrimenti segnala la che la soluzione non esiste~~

**Ottimalità:** l'algoritmo ritorna sempre la soluzione che ha ~~costo minimo~~



Perdiamo la capacità di identificare le istanze irrisolvibili  
e accettiamo soluzioni con un costo sub-ottimo vincolato

# Explicit Estimation Search (EES)

Motivazione

MAPF classico

LNS2 e LaCAM

Challenge MAPF

43

## ◇ Ingredienti per EES:

- $h(n)$ , euristica ammissibile *cost-to-go*;
- $\hat{h}(n)$ , euristica non ammissibile *cost-to-go*;
- $\hat{d}(n)$ , euristica non ammissibile *distance-to-go*.

## ◇ Per selezionare quale nodo espandere vengono usate le funzioni:

costo :  $f(n) = g(n) + h(n)$ ;

costo :  $\hat{f}(n) = g(n) + \hat{d}(n)$ ;

distanza :  $\hat{d}(n)$ ;

# EES+CBS: Risultati su benchmark

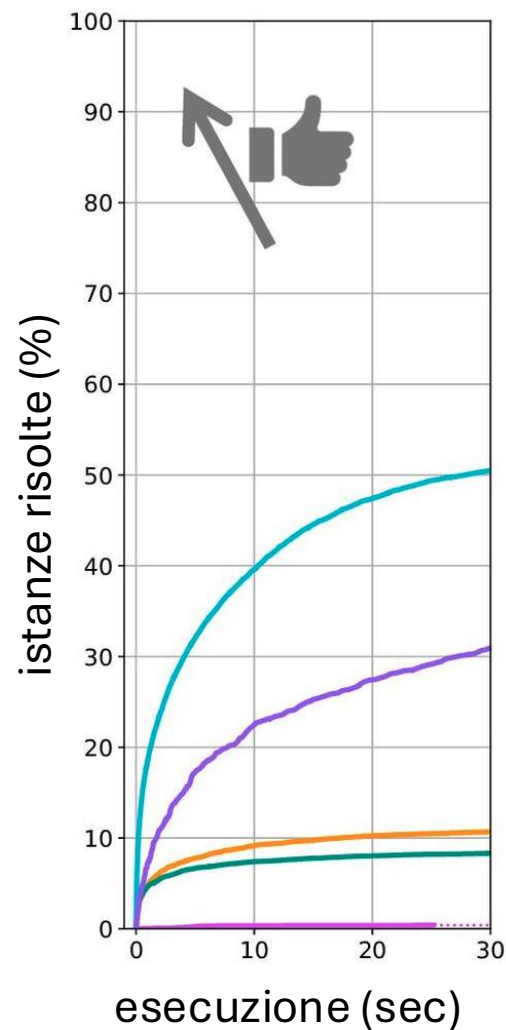
44

Motivazione

MAPF classico

LNS2 e LaCAM

Challenge MAPF



EES + CBS

50.5% EECBS-5 [Li+AAAI-21]

30.9% I-ODrM\*-5 [Wagner+AIJ-15]

10.7% BCP [lam+ COR-22]

8.3% CBS [Sharon+ AIJ-26, Li+ AIJ-21]

0.4% ODrM\* [Wagner+AIJ-15]

0.0% A\* [Hart+68]

completo per soluzioni

w-subottimo

completo

w-subottimo

completo per soluzioni

ottimo

completo per soluzioni

ottimo

completo

ottimo

completo

ottimo



# Rinunciare ad ogni garanzia

Motivazione

MAPF classico

**LNS2 e LaCAM**

Challenge MAPF

45

~~**Completezza:** l'algoritmo ritorna soluzioni in un tempo finito per tutte le istanze risolvibili; altrimenti segnala la che la soluzione non esiste~~

~~**Ottimalità:** l'algoritmo ritorna sempre la soluzione che ha costo minimo~~



# Prioritized Planning (PP)

46

Motivazione

MAPF classico

LNS2 e LaCAM

Challenge MAPF

---

## Algorithm 1 PP

---

### Input:

- $G = \langle V, E \rangle$ : il grafo
  - $s_i$ : stato iniziale
  - $s_G$ : goal
  - $P = [a_1, a_2, \dots, a_m]$ : ordine di priorità di  $m$  agenti
- 

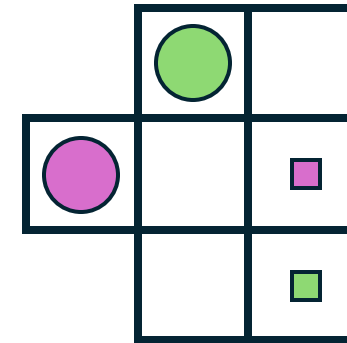
### Output:

- $\{\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_m\}$  (piano senza collisioni)
- 

```

1:  $R \leftarrow$  reservation table vuota
2: for  $k = 1..m$  (seguendo  $P$ ) do
3:    $\pi_k \leftarrow A^*$  su spazio-tempo che evita  $R$ 
4:   if  $A^*$  su spazio-tempo fallisce then return null
5:   end if
6:    $update(R, \pi_k)$ 
7: end for
  
```

---


 $P =$   

$update(R, \pi_k)$  inserisce una tupla  $\langle arco, vertice, istante \rangle$  per ogni passo del percorso  $\pi_k$ .

# PP: Esempio

Motivazione

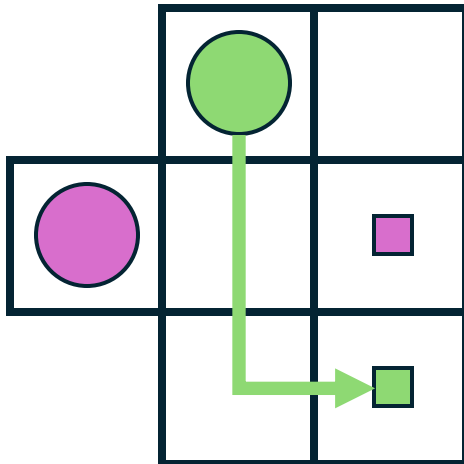
MAPF classico

**LNS2 e LaCAM**

Challenge MAPF

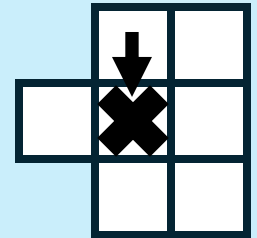
47

$P =$   

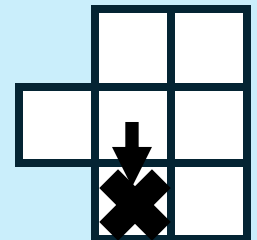


$R =$

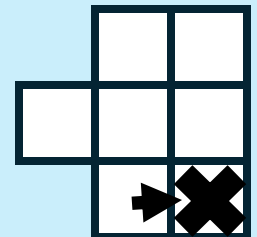
$t = 1$



$t = 2$



$t > 2$



# PP: Esempio

Motivazione

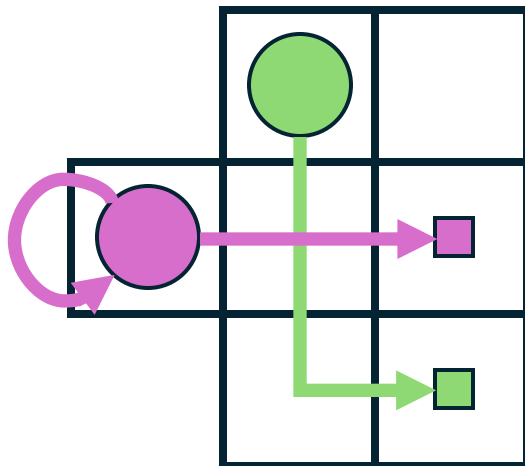
MAPF classico

**LNS2 e LaCAM**

Challenge MAPF

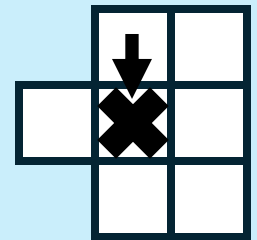
48

$P =$   

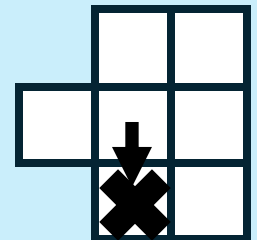


$R =$

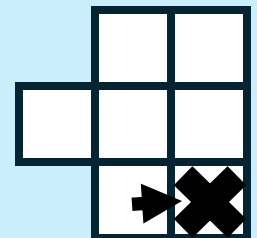
$t = 1$



$t = 2$



$t > 2$



# PP: Risultati su benchmark

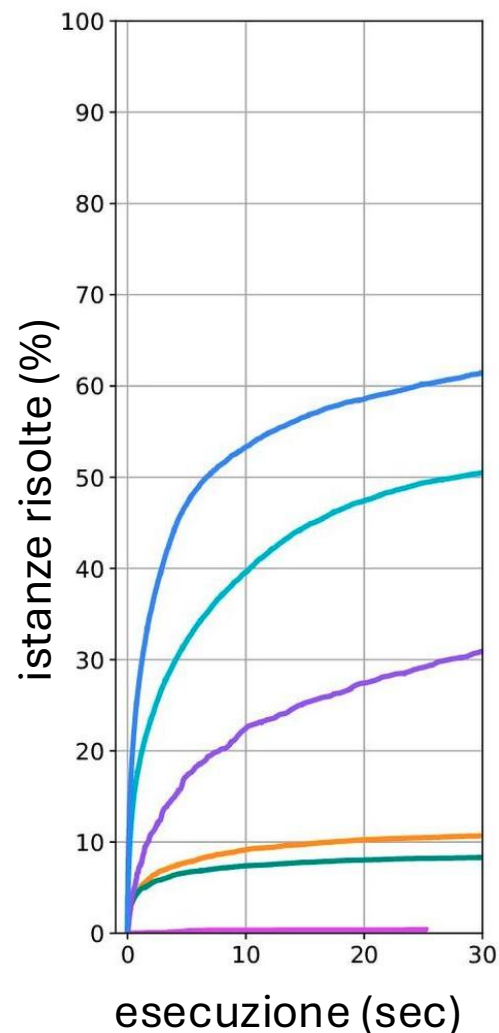
49

Motivazione

MAPF classico

LNS2 e LaCAM

Challenge MAPF



61.4% PP [Silver AIIDE-05]

50.5% EECBS-5 [Li+AAAI-21]

30.9% I-ODrM\*-5 [Wagner+AIJ-15]

10.7% BCP [lam+ COR-22]

8.3% CBS [Sharon+ AIJ-26, Li+ AIJ-21]

0.4% ODrM\* [Wagner+AIJ-15]

0.0% A\* [Hart+68]

non completo

completo per soluzioni

completo

completo per soluzioni

completo per soluzioni

completo

completo

subottimo

w-subottimo

w-subottimo

ottimo

ottimo

ottimo

ottimo

# Large Neighborhood Search: MAPF-LNS2

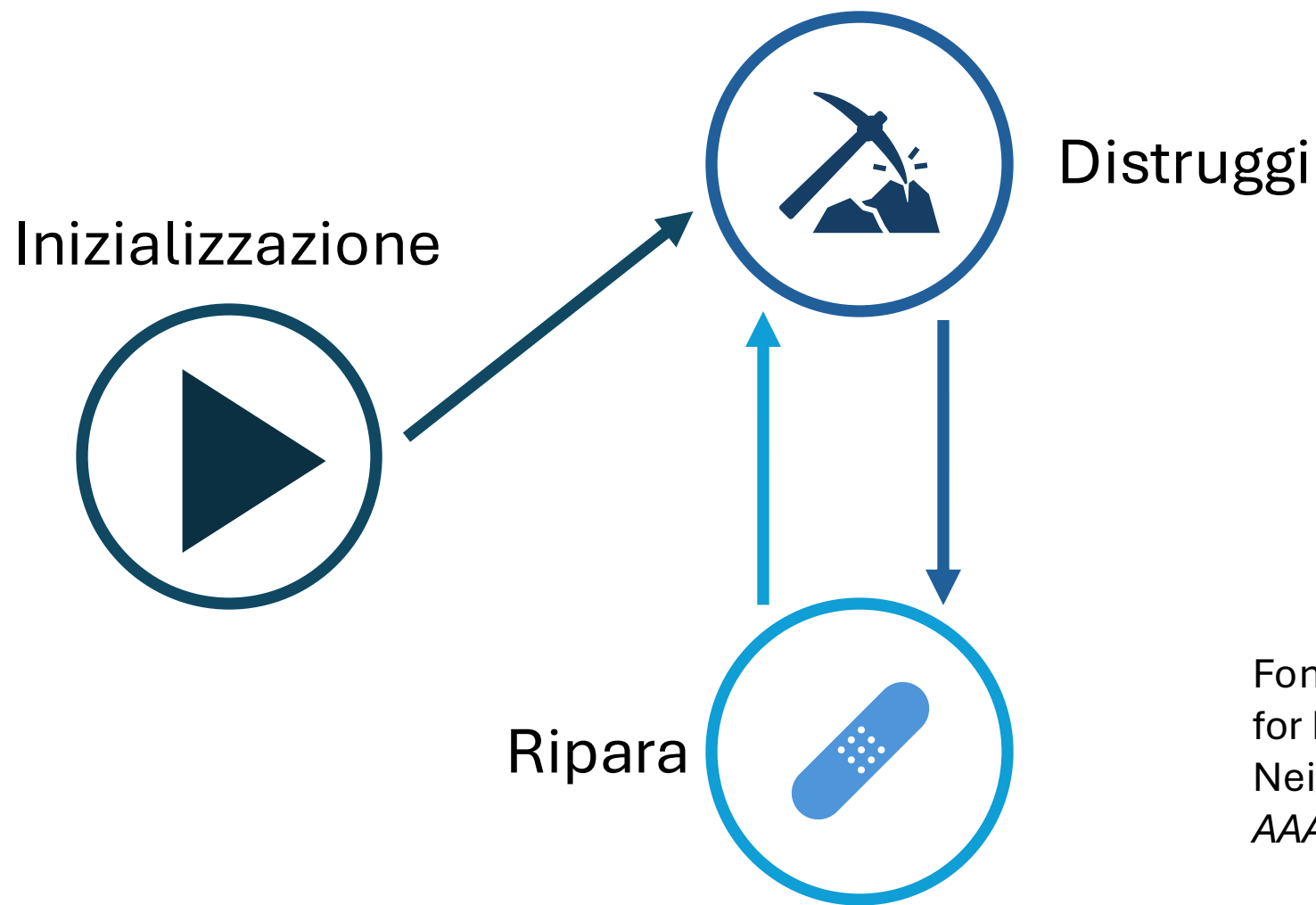
50

Motivazione

MAPF classico

LNS2 e LaCAM

Challenge MAPF



Fonte: Li et al. MAPF-LNS2: Fast Repairing for Multi-Agent Path Finding via Large Neighborhood Search. AAAI-2022.

# MAPF-LNS2: Inizializzazione

Motivazione

MAPF classico

**LNS2 e LaCAM**

Challenge MAPF

51

## Inizializzazione



All'inizio, MAPF-LNS2 chiama un **algoritmo di MAPF** per risolvere l'istanza e ottiene un piano che **può contenere dei conflitti**. Se per qualche agente non è stato calcolato un piano, MAPF-LNS2 calcola il **piano** che **minimizza il numero di collisioni** con i percorsi esistenti per ognuno di questi agenti.

# MAPF-LNS2: Selezione degli agenti

Motivazione

MAPF classico

LNS2 e LaCAM

Challenge MAPF

52

MAPF-LNS2 seleziona un **sottoinsieme degli agenti** utilizzando un **metodo di selezione del vicinato** di dimensione  $N$  per i quali ricalcolare i piani

## Metodi di selezione del vicinato

- **Collision-based**
- **Failure-based**
- **Random**

**Distruggi**



# MAPF-LNS2: Ricalcolo dei piani

Motivazione

MAPF classico

LNS2 e LaCAM

Challenge MAPF

53

Una volta selezionato il vicinato, MAPF chiama una **versione modificata di Prioritized Planning** in cui assegna una probabilità random a ciascun agente nel vicinato e **ricalcola i piani** cercando di **minimizzare** sia il numero delle collisioni tra i nuovi piani che il numero di collisioni tra i nuovi piani e quelli che non sono stati selezionati nel vicinato.

## Ripara



# MAPF-LNS2: Grafo delle collisioni

Motivazione

MAPF classico

LNS2 e LaCAM

Challenge MAPF

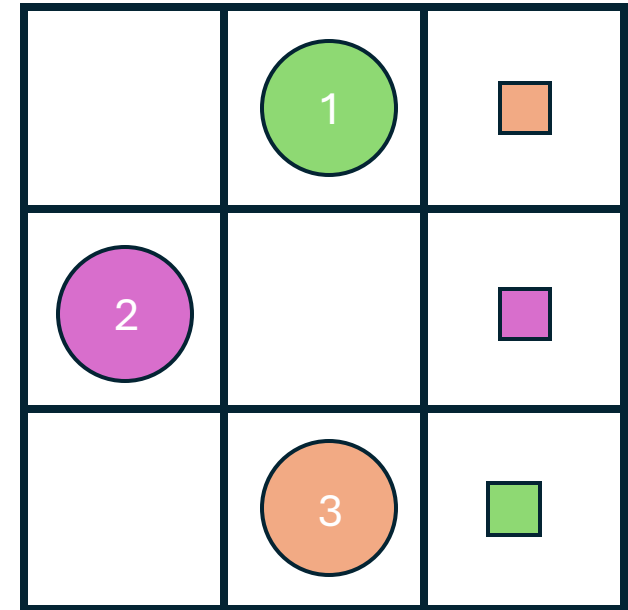
54

Dato un insieme di agenti  $A$  e l'insieme dei loro percorsi  $P$ , possiamo definire il **grafo delle collisioni**:

$$G_c = \langle V_c, E_c \rangle$$

$$V_c = \{i | a_i \in A\}$$

$$E_c = \{(i, j) | p_i \in P \text{ collide con } p_j \in P\}$$



# MAPF-LNS2: Grafo delle collisioni

Motivazione

MAPF classico

LNS2 e LaCAM

Challenge MAPF

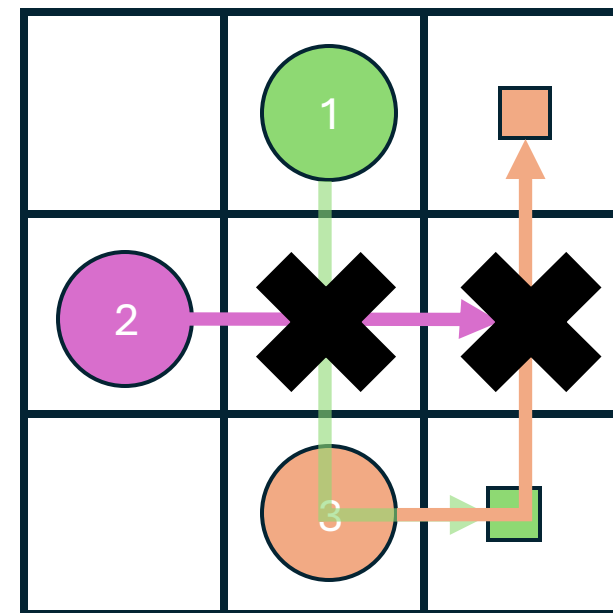
58

Dato un insieme di agenti  $A$  e l'insieme dei loro percorsi  $P$ , possiamo definire il **grafo delle collisioni**:

$$G_c = \langle V_c, E_c \rangle$$

$$V_c = \{i | a_i \in A\}$$

$$E_c = \{(i, j) | p_i \in P \text{ collide con } p_j \in P\}$$



# MAPF-LNS2: Grafo delle collisioni (2)

Motivazione

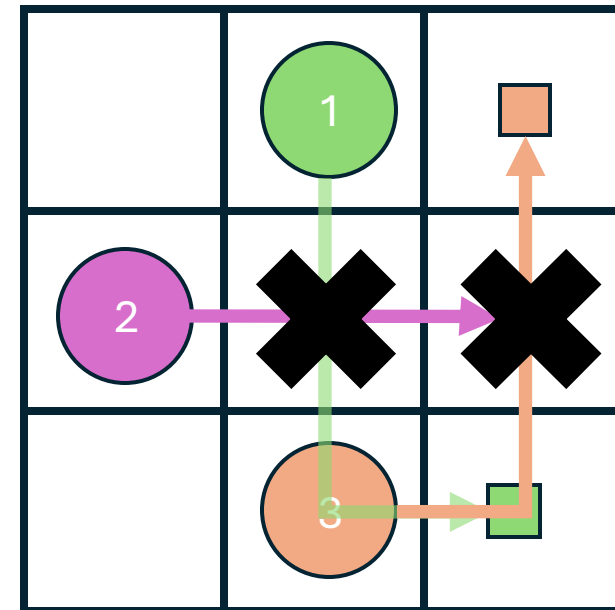
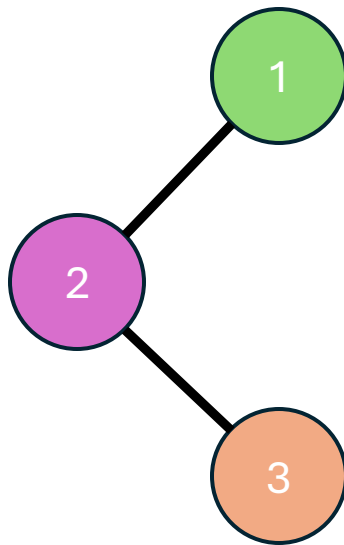
MAPF classico

LNS2 e LaCAM

Challenge MAPF

59

Dato un insieme di agenti  $A$  e l'insieme dei loro percorsi  $P$ , possiamo definire il **grafo delle collisioni**:



# MAPF-LNS2: Selezione collision-based

Motivazione

MAPF classico

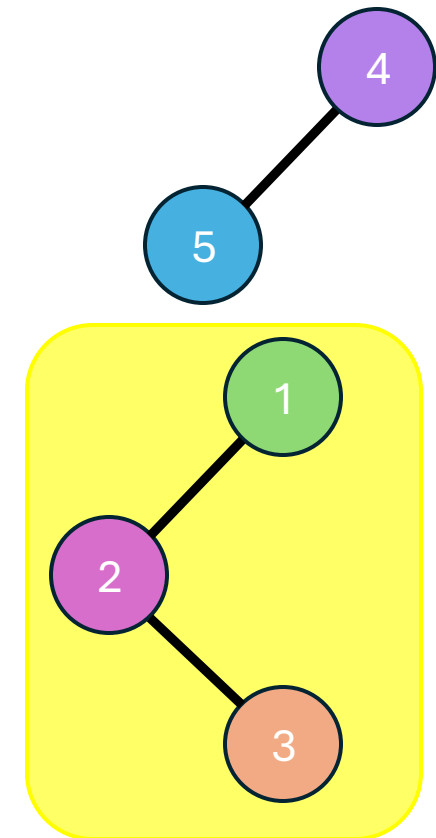
LNS2 e LaCAM

Challenge MAPF

60

Selezioniamo un vertice casuale  $v_i \in V_c$  con  $\deg(i) > 0$  e troviamo il più grande sottografo connesso  $G'_c = \langle V'_c, E'_c \rangle$

- Se  $|V'_c| \leq N$  allora selezioniamo tutti gli agenti  $a_v \mid v \in V'_c$ . Poi, iterativamente, selezioniamo un nodo  $u \in V'_c$  ed effettuiamo una random-walk sul grafo delle collisioni  $G_c$  fino a che non troviamo un nodo che non appartiene a  $V'_c$  e lo aggiungiamo alla lista.
- Altrimenti effettuiamo un random-walk su  $G'_c$  fino a che non visitiamo  $N$  nodi



# MAPF-LNS2: Selezione failure-based

Motivazione

MAPF classico

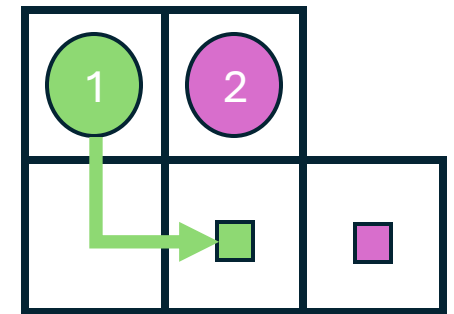
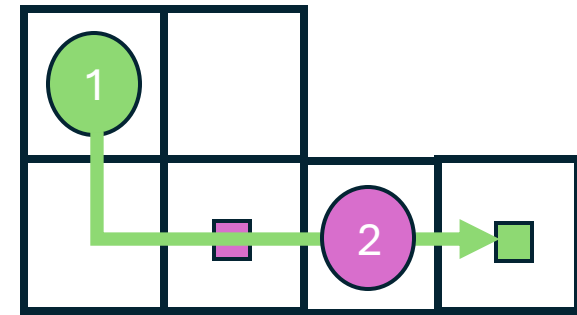
LNS2 e LaCAM

Challenge MAPF

61

Analizziamo due casi noti per cui uno specifico agente ha fallito:

- L'agente  $a_i$  è **bloccato** da altri agenti che hanno già raggiunto il proprio goal e **non può raggiungere** il proprio goal  $g_i$
- L'agente  $a_i$  è "**scavalcato**" da altri percorsi che gli **impediscono di muoversi** dalla sua posizione  $s_i$



# MAPF-LNS2: Selezione failure-based (2)

Motivazione

MAPF classico

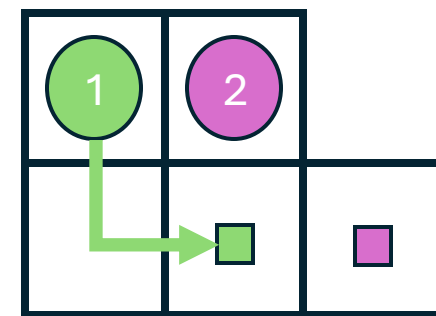
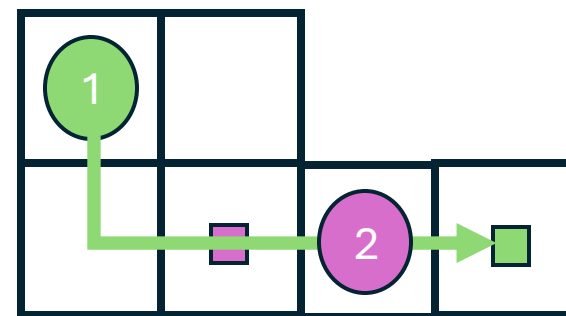
LNS2 e LaCAM

Challenge MAPF

62

Selezioniamo un nodo con un nodo dal grafo delle collisioni  $v_i$  con  $\deg(i)$  alto e per questo **creiamo due liste** che identificano i due tipi di fallimento:

- $A^s = \{a_j \in A \mid p_j \in P \text{ visita } s_i\}$
- $A^g = \{a_j \in A \mid p \text{ visita } g_i\}$  dove  $p$  è il percorso da  $s_i$  a  $g_i$  che minimizza  $|A^g|$



# MAPF-LNS2: Selezione failure-based (3)

Motivazione

MAPF classico

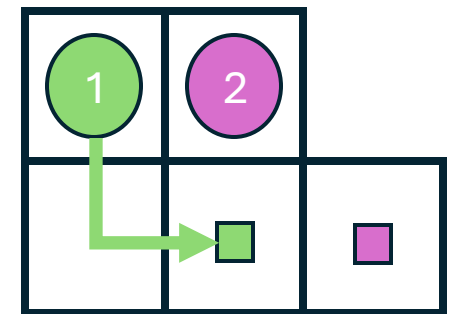
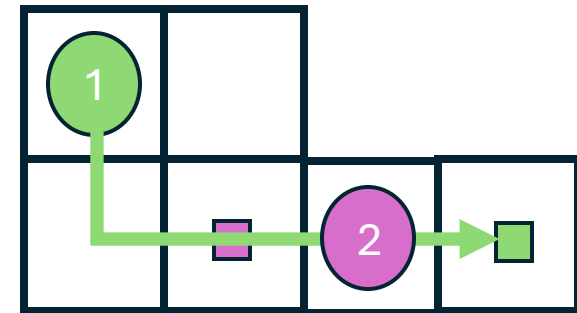
LNS2 e LaCAM

Challenge MAPF

63

Effettuiamo l'unione delle due liste. Avremo 3 casi diversi:

- $|A^s \cup A^g| = 0$  : Esiste un percorso che non causa conflitti: l'agente  $a_i$  aspetta che tutti gli altri abbiano finito e raggiunge il suo goal seguendo il percorso  $p$ .
- $|A^s \cup A^g| < N - 1$  : Ritorniamo tutti gli agenti nell'unione e aggiungiamo agenti il cui goal è presente in almeno uno dei percorsi degli agenti nella lista unita.
- $|A^s \cup A^g| \geq N - 1$  : Aggiungiamo agenti random dalla lista dando la precedenza a quelli in  $A^g$





# MAPF-LNS2: Risultati su benchmark

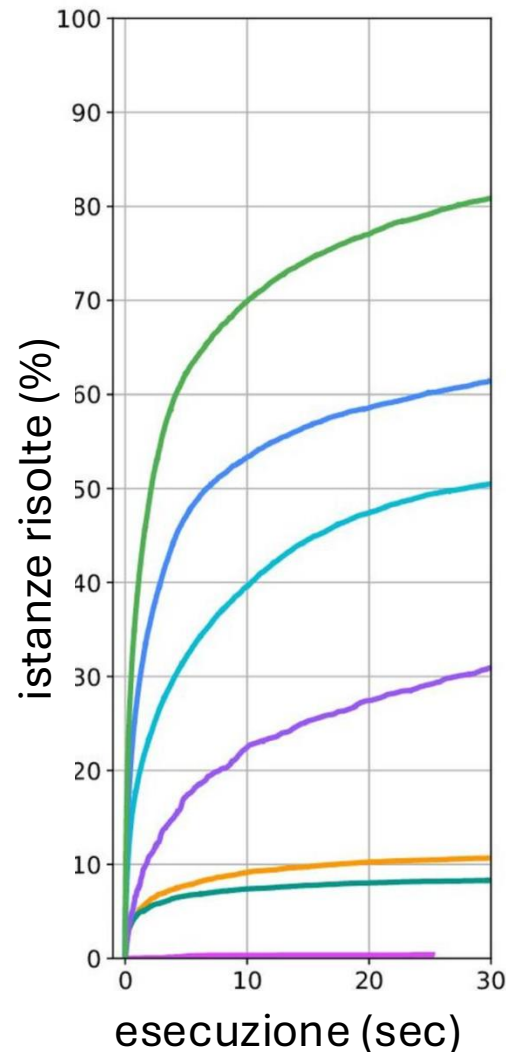
64

Motivazione

MAPF classico

LNS2 e LaCAM

Challenge MAPF



80.9% MAPF-LNS2 [Li+ AAAI-22]

61.4% PP [Silver AIIDE-05]

50.5% EECBS-5 [Li+AAAI-21]

30.9% I-ODrM\*-5 [Wagner+AIJ-15]

10.7% BCP [Lam+ COR-22]

8.3% CBS [Sharon+ AIJ-26, Li+ AIJ-21]

0.4% ODrM\* [Wagner+AIJ-15]

0.0% A\* [Hart+68]

non completo

non completo

completo per soluzioni

completo

completo per soluzioni

completo per soluzioni

completo

completo

subottimo

subottimo

w-subottimo

w-subottimo

ottimo

ottimo

ottimo

ottimo

# PP e MAPF-LNS2: Debolezze

Motivazione

MAPF classico

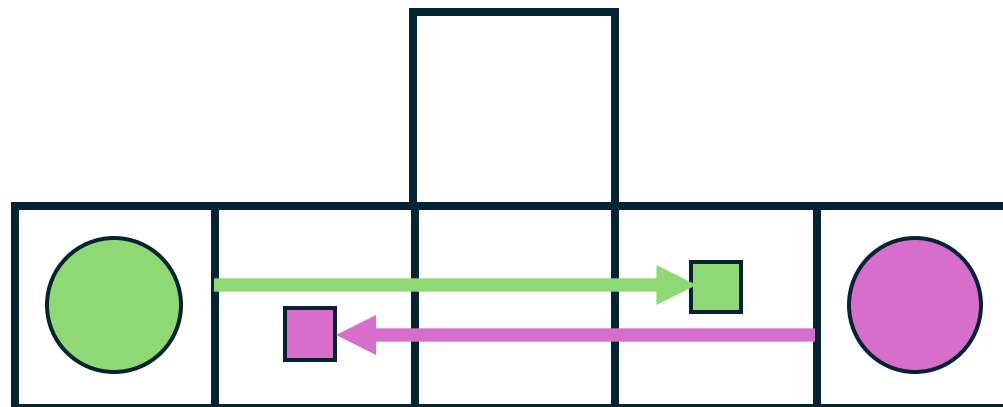
**LNS2 e LaCAM**

Challenge MAPF

65

## Problema

PP e MAPF-LNS2 non riescono a risolvere alcune istanze che possono sembrare molto semplici



# Priority Inheritance with BackTracking (PIBT)

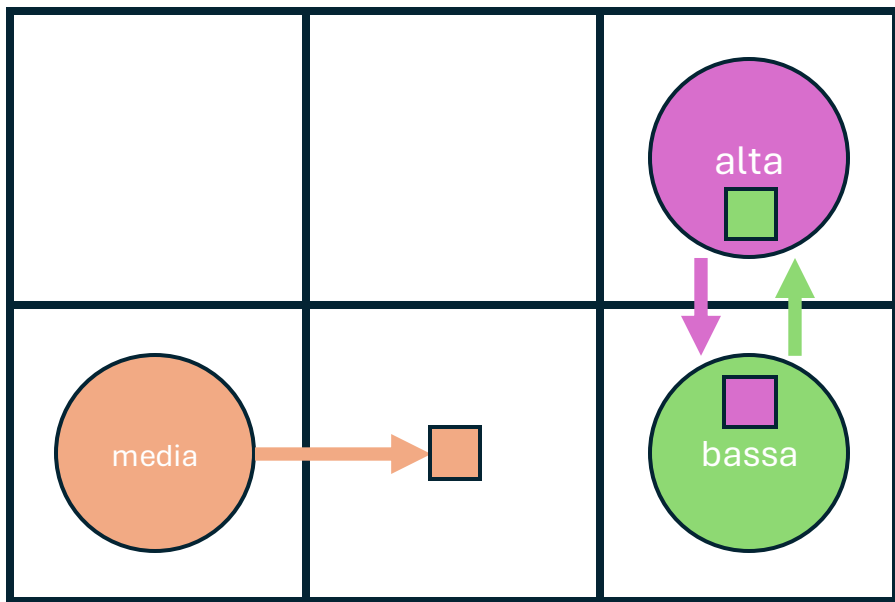
Motivazione

MAPF classico

LNS2 e LaCAM

Challenge MAPF

66



In questo caso, seguendo l'ordine di priorità, l'agente con **priorità alta** decide di rimanere fermo aspettando che si liberi la cella sotto, l'agente con **priorità media** raggiunge il proprio goal mentre l'agente con **priorità bassa** rimane **bloccato**.

# PIBT: Algoritmo

Motivazione

MAPF classico

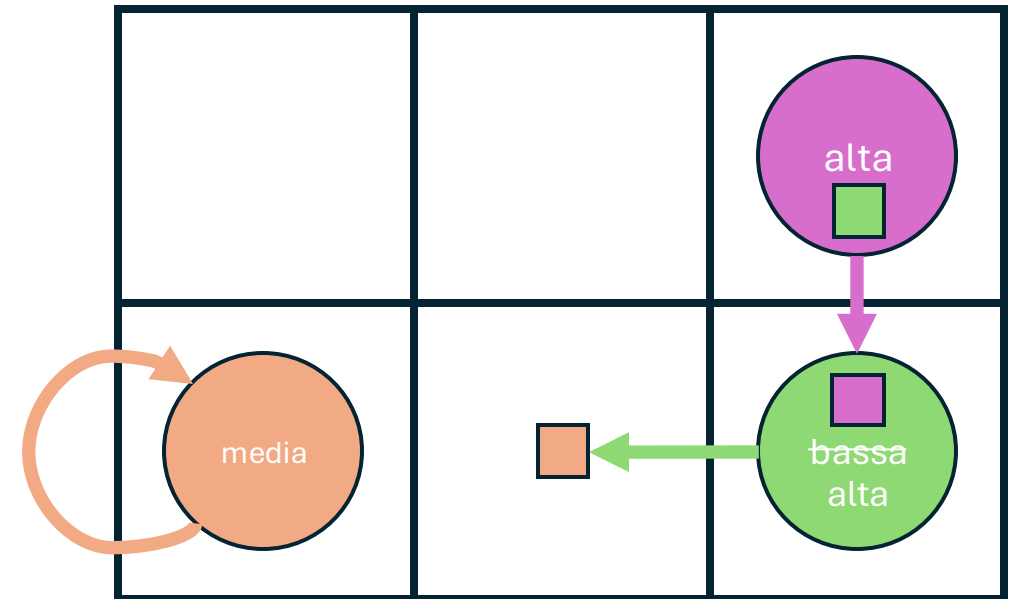
**LNS2 e LaCAM**

Challenge MAPF

67

PIBT pianifica **un passo per volta** per tutti gli agenti. Ad ogni iterazione PIBT:

1. assegna una **priorità** a ciascun agente;
2. gli agenti provano a scegliere il **prossimo nodo**
3. se il prossimo nodo è occupato da un agente di priorità più bassa, scatta la **priority inheritance**: il più importante “chiede strada” e l’altro pianifica prima;
4. se una scelta porta in stallo, l’algoritmo fa **backtracking** e prova un’alternativa



# PIBT: Priorità

Motivazione

MAPF classico

LNS2 e LaCAM

Challenge MAPF

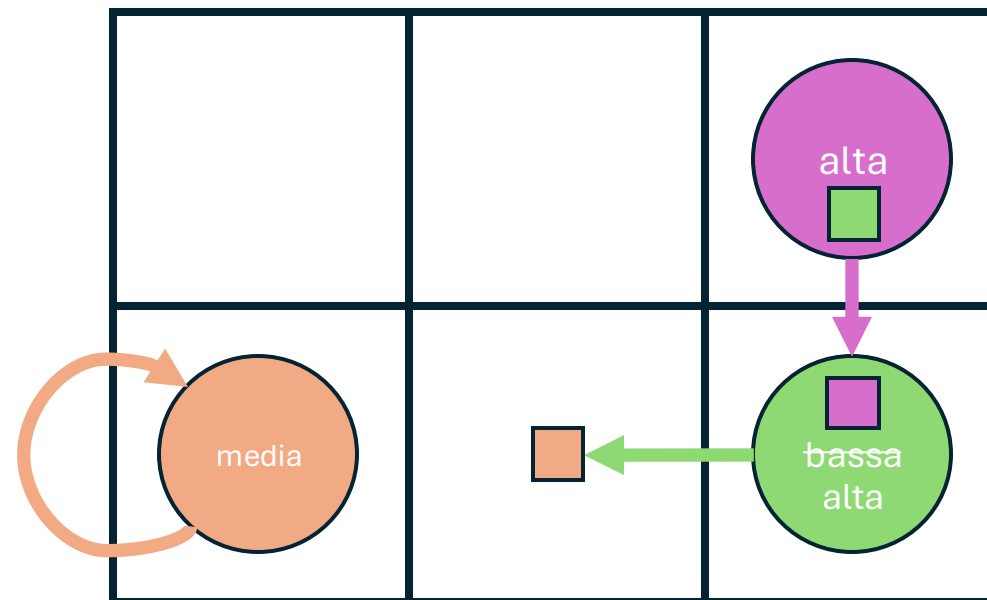
68

Come primo passo PIBT assegna una priorità a ciascun agente calcolata come:

$$p_i(t) = \eta_i(t) + \epsilon_i$$

Dove:

- $\eta_i(t)$  è l'**età del task** dell'agente  $i$  ovvero quanti istanti sono trascorsi dall'assegnamento del task
- $\epsilon_i$  è un **valore unico** per l'agente  $i$  che serve per risolvere i pareggi tra priorità



# PIBT: Priority inheritance

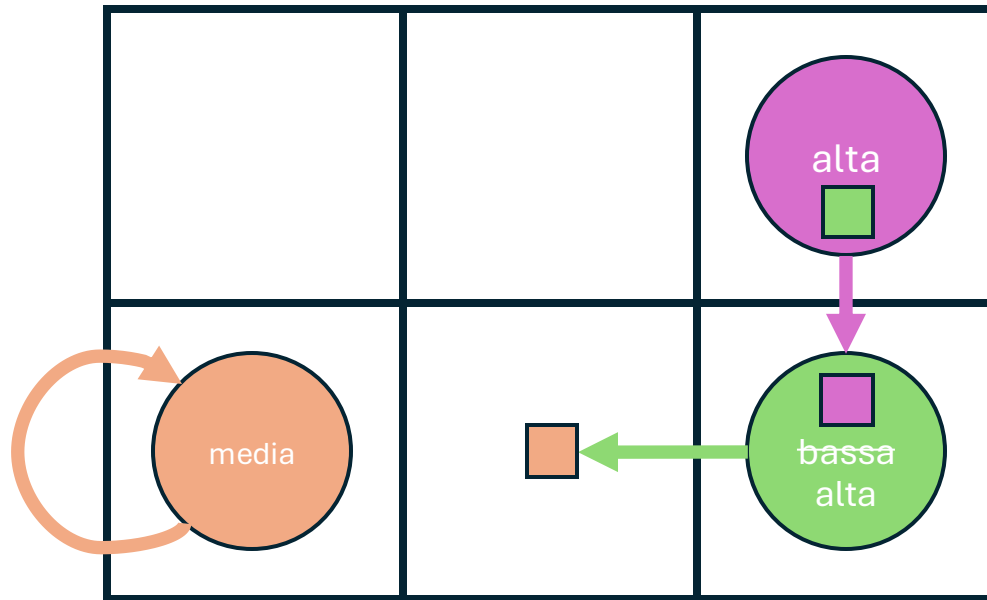
Motivazione

MAPF classico

LNS2 e LaCAM

Challenge MAPF

69



Con PIBT, un agente con priorità bassa che blocca un agente con priorità maggiore **eredita** la priorità (**priority inheritance**) di quest'ultimo e esegue la propria azione **prima di lui**

# PIBT: Backtracking

Motivazione

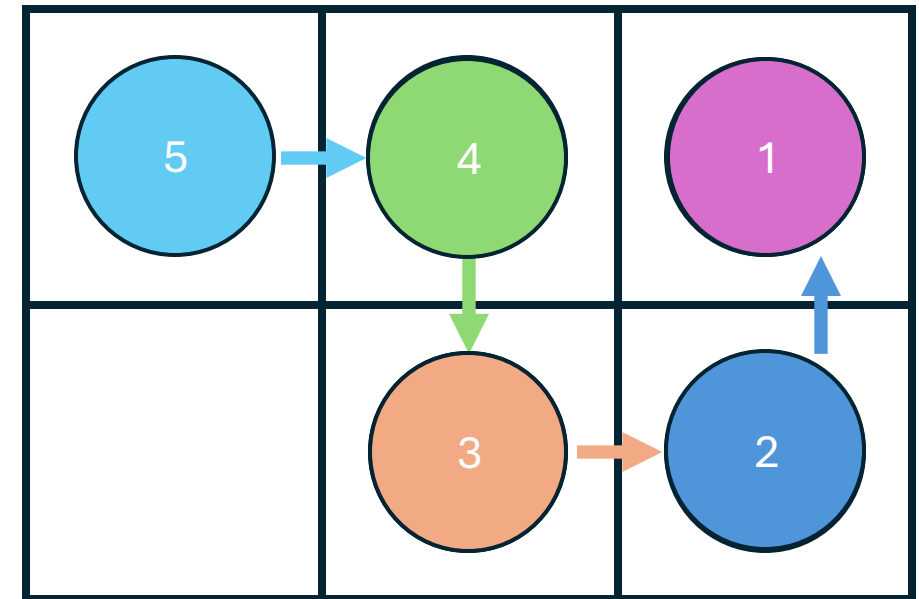
MAPF classico

**LNS2 e LaCAM**

Challenge MAPF

70

L'ereditarietà della priorità non è sempre sufficiente a risolvere i **deadlock**. Per questo PIBT, quando un agente non ha **nessuna mossa disponibile**, implementa un meccanismo di **backtracking**.



# PIBT: Backtracking (2)

Motivazione

MAPF classico

LNS2 e LaCAM

Challenge MAPF

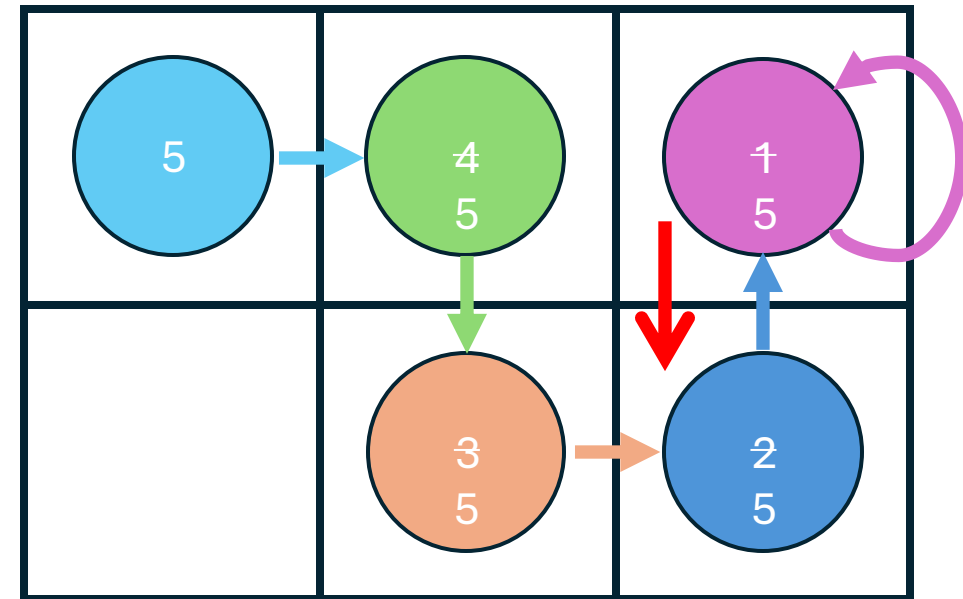
71

L'agente con **priorità 1** non ha nessuna mossa disponibile quindi ritorna il valore «**invalid**» al suo **predecessore** e **si ferma** nella sua posizione.



=

**invalid**, nessuna mossa valida, mi fermo e aspetto





# PIBT: Backtracking (3)

Motivazione

MAPF classico

LNS2 e LaCAM

Challenge MAPF

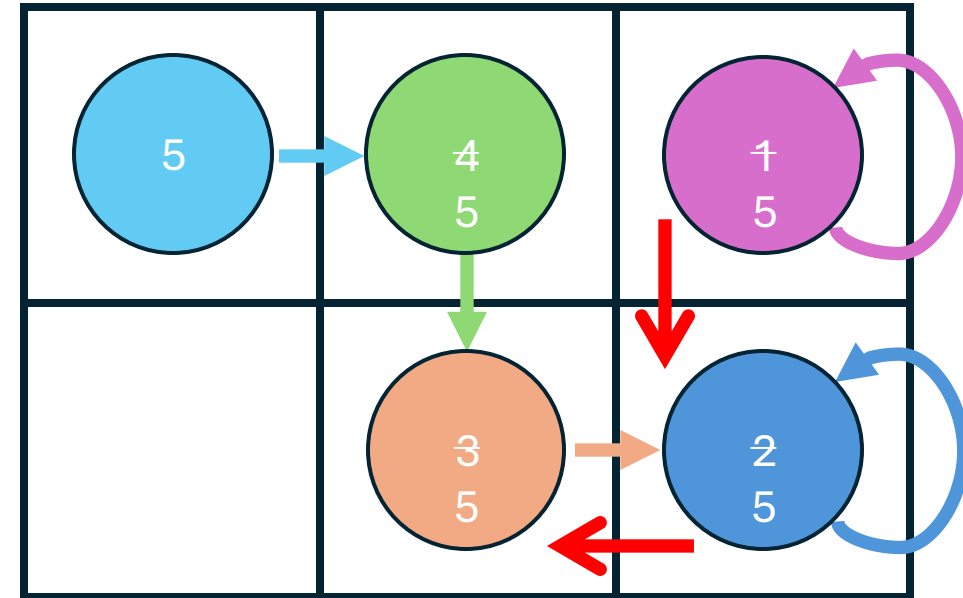
72

Anche l'agente con **priorità 2** non ha nessuna mossa disponibile quindi ritorna il valore «**invalid**» al suo **predecessore** e **si ferma** nella sua posizione.



=

**invalid**, nessuna mossa valida, mi fermo e aspetto



# PIBT: Backtracking (4)

Motivazione

MAPF classico

LNS2 e LaCAM

Challenge MAPF

73

L'agente con **priorità 3** ha ricevuto invalid ma può selezionare una **mossa possibile**. Dato che l'agente con **priorità 3** si può spostare, comunica «**valid**» al proprio **predecessore** e **si sposta**.



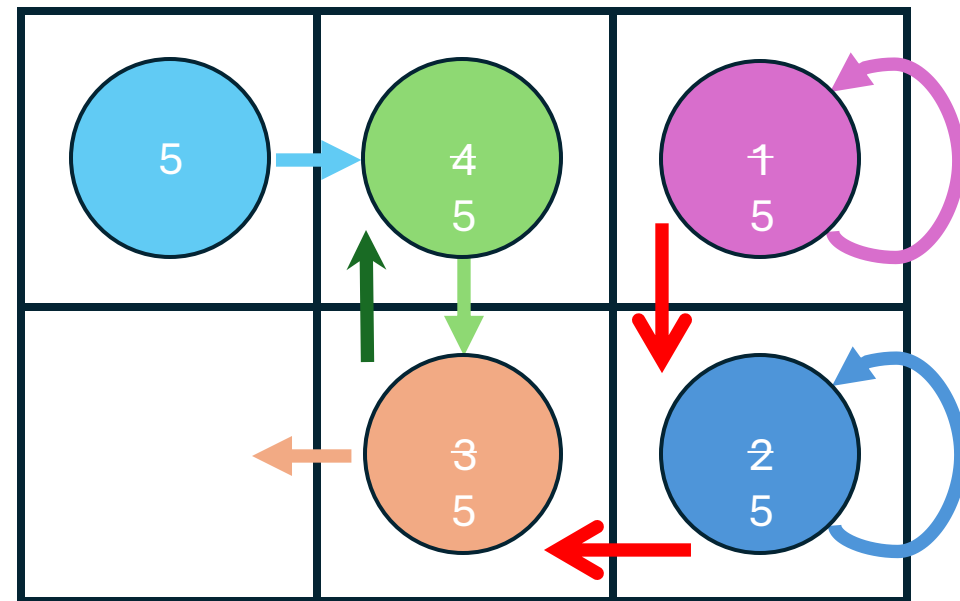
=

**invalid**, nessuna mossa valida, mi fermo e aspetto



=

**valid**, mi sono spostato, puoi spostarti nella cella



# PIBT: Backtracking (5)

Motivazione

MAPF classico

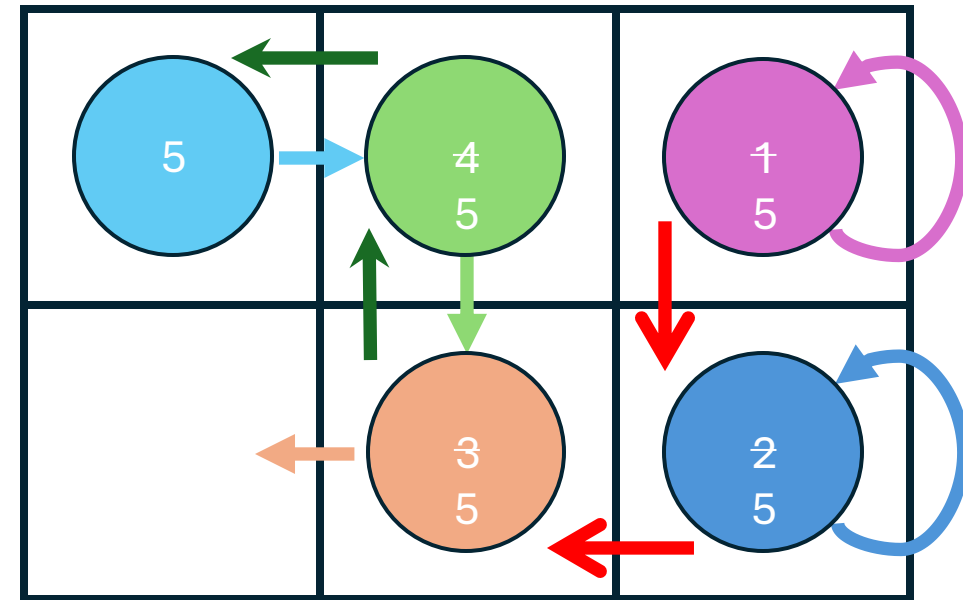
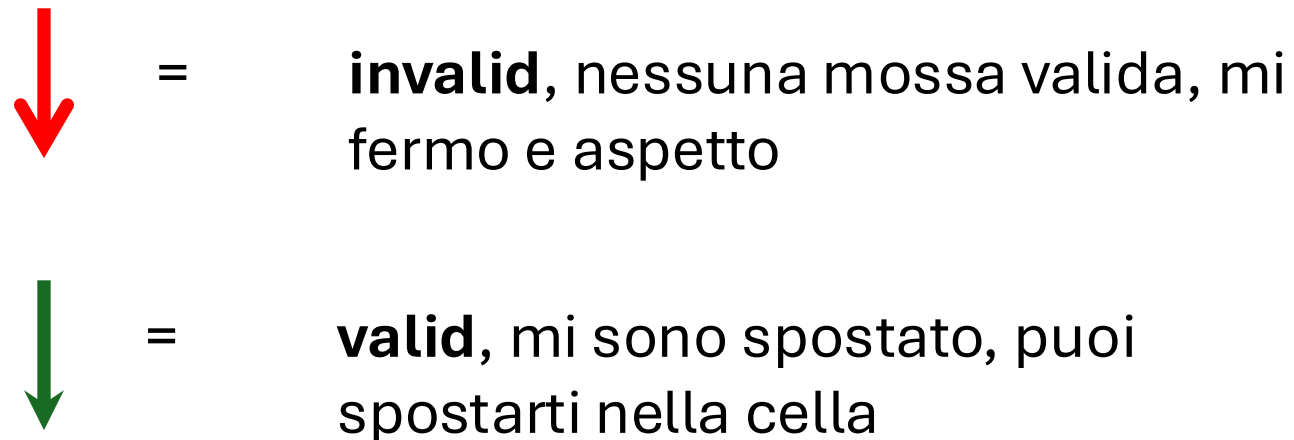
LNS2 e LaCAM

Challenge MAPF

74

L'agente con **priorità 4** ha ricevuto valid e può fare la propria mossa. Comunica valid al proprio **predecessore** e **si sposta**.

L'agente con **priorità 5** ha ricevuto valid e esegue la propria mossa.



# PIBT: Risultati su benchmark

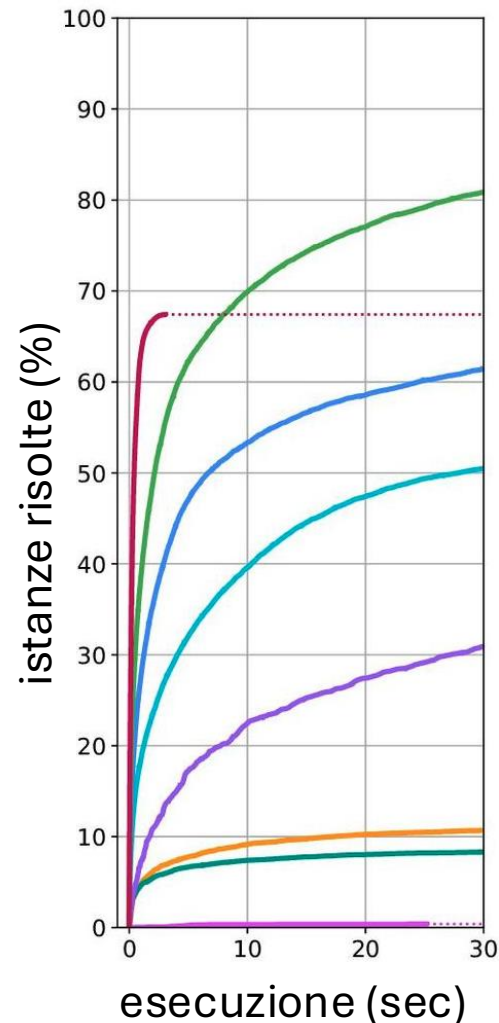
75

Motivazione

MAPF classico

LNS2 e LaCAM

Challenge MAPF



80.9% MAPF-LNS2 [Li+ AAAI-22]

67.4% PIBT [Okumuts+ AIJ-22]

61.4% PP [Silver AIIDE-05]

50.5% EECBS-5 [Li+AAAI-21]

30.9% I-ODrM\*-5 [Wagner+AIJ-15]

10.7% BCP [Lam+ COR-22]

8.3% CBS [Sharon+ AIJ-26, Li+ AIJ-21]

0.4% ODrM\* [Wagner+AIJ-15]

0.0% A\* [Hart+68]

non completo

non completo

non completo

completo per soluzioni

completo

completo per soluzioni

completo per soluzioni

completo

completo

subottimo

subottimo

subottimo

w-subottimo

w-subottimo

ottimo

ottimo

ottimo

ottimo

# LaCAM

Motivazione

MAPF classico

LNS2 e LaCAM

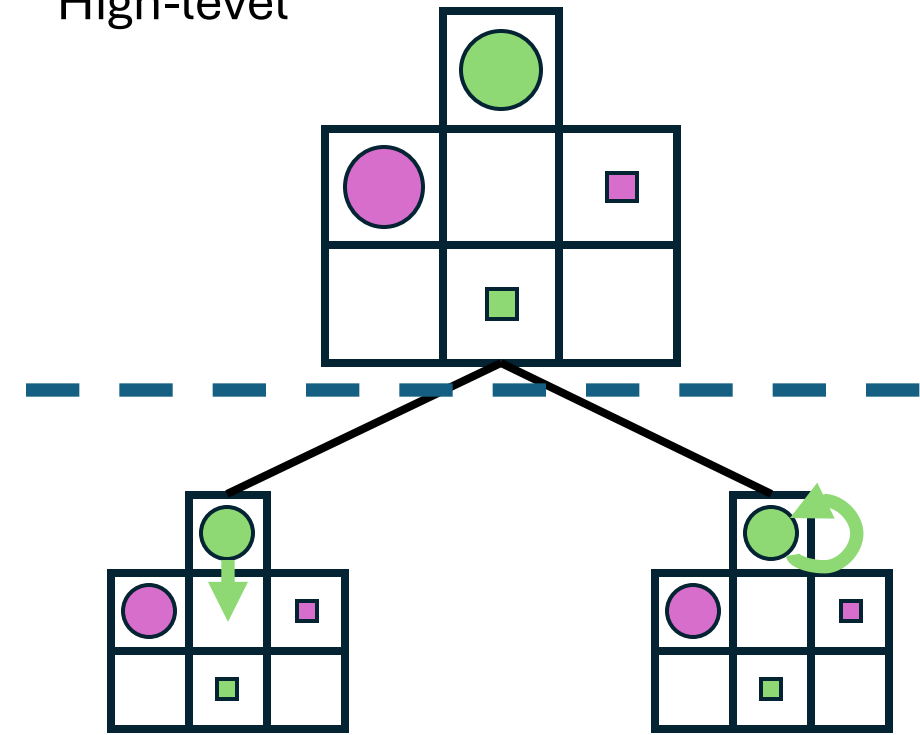
Challenge MAPF

76

LACAM fa una **ricerca a due livelli** su **configurazioni**:

- **High-level:** esplora una *sequenza di configurazioni*; ogni nodo HL è una configurazione.
- **Low-level:** costruisce, in modo **lazy**, un piccolo albero di **vincoli** che dicono “l’agente i nel **prossimo** timestep deve andare in a (oppure in b, ...)”. Da ogni foglia LL viene generata **una** nuova configurazione adiacente (un passo avanti per tutti) che rispetta quei vincoli.

High-level



Low-level

# LaCAM: Esempio (1)

Motivazione

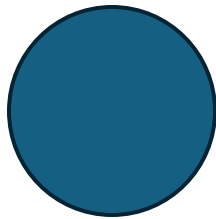
MAPF classico

**LNS2 e LaCAM**

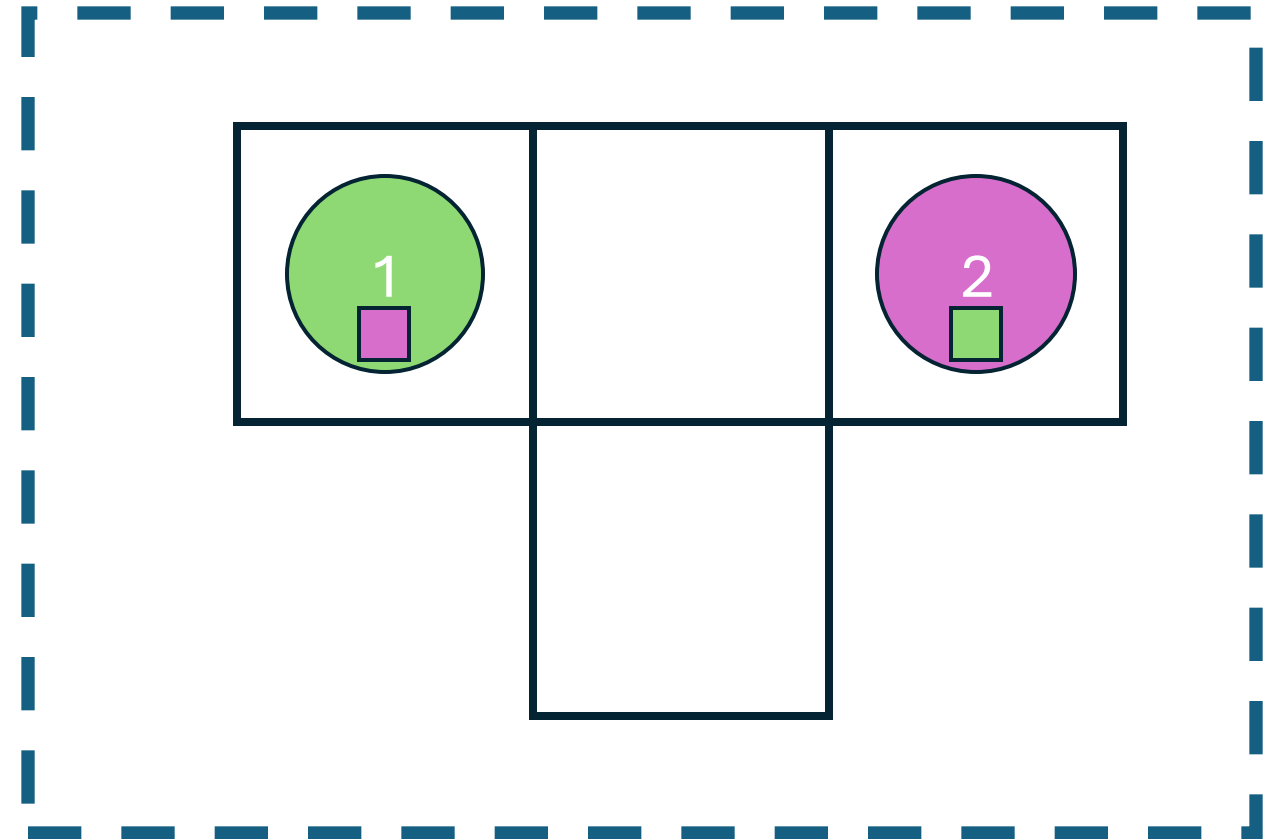
Challenge MAPF

77

High-level:



Situazione iniziale. Ho un solo nodo HN.  
Effettuo una ricerca low-level



# LaCAM: Esempio (2)

Motivazione

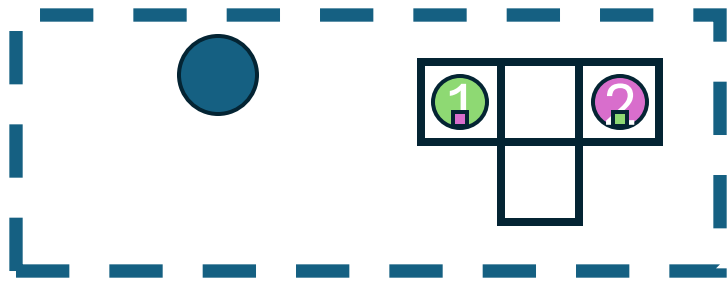
MAPF classico

LNS2 e LaCAM

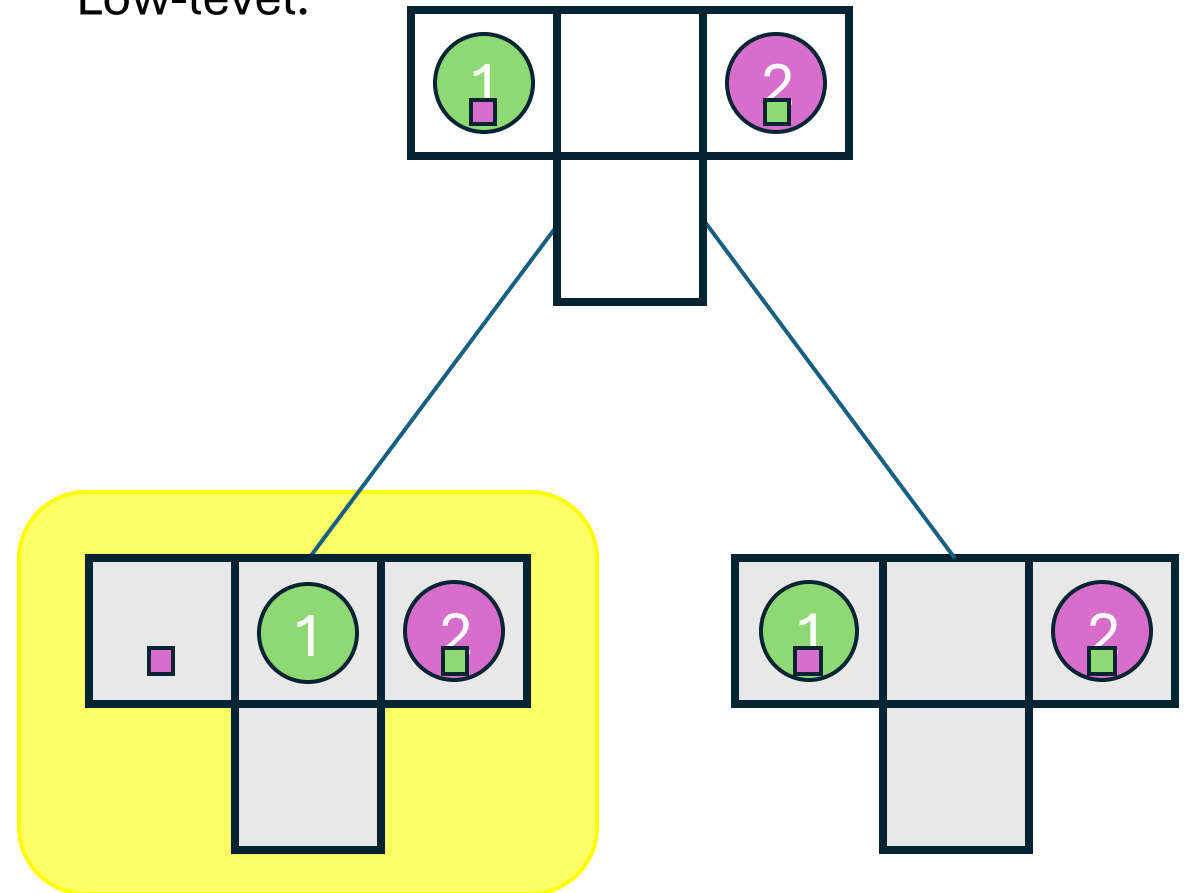
Challenge MAPF

78

High-level:



Low-level:



Non ho vincoli nel nodo ad alto livello. Scelgo un agente casuale da espandere (agente 1). Genero i **successori** per l'agente 1 ed esploro il primo utilizzando un euristica **breadth-first**. Dato che il primo figlio è una **configurazione nuova**, lo **aggiungo ai nodi high-level** e mi fermo.

# LaCAM: Esempio (3)

Motivazione

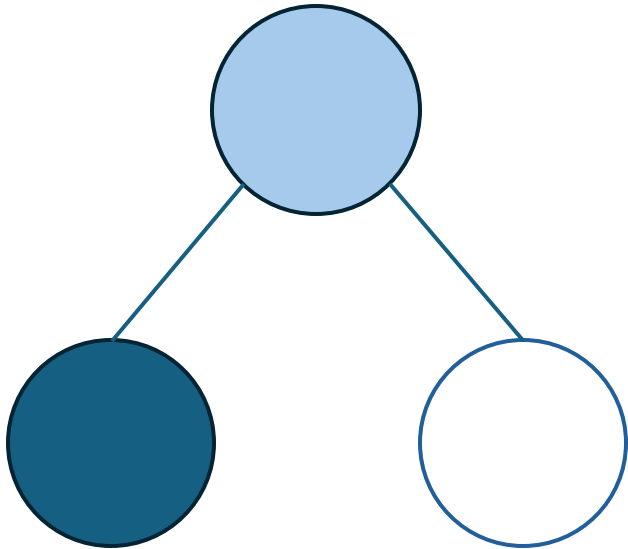
MAPF classico

**LNS2 e LaCAM**

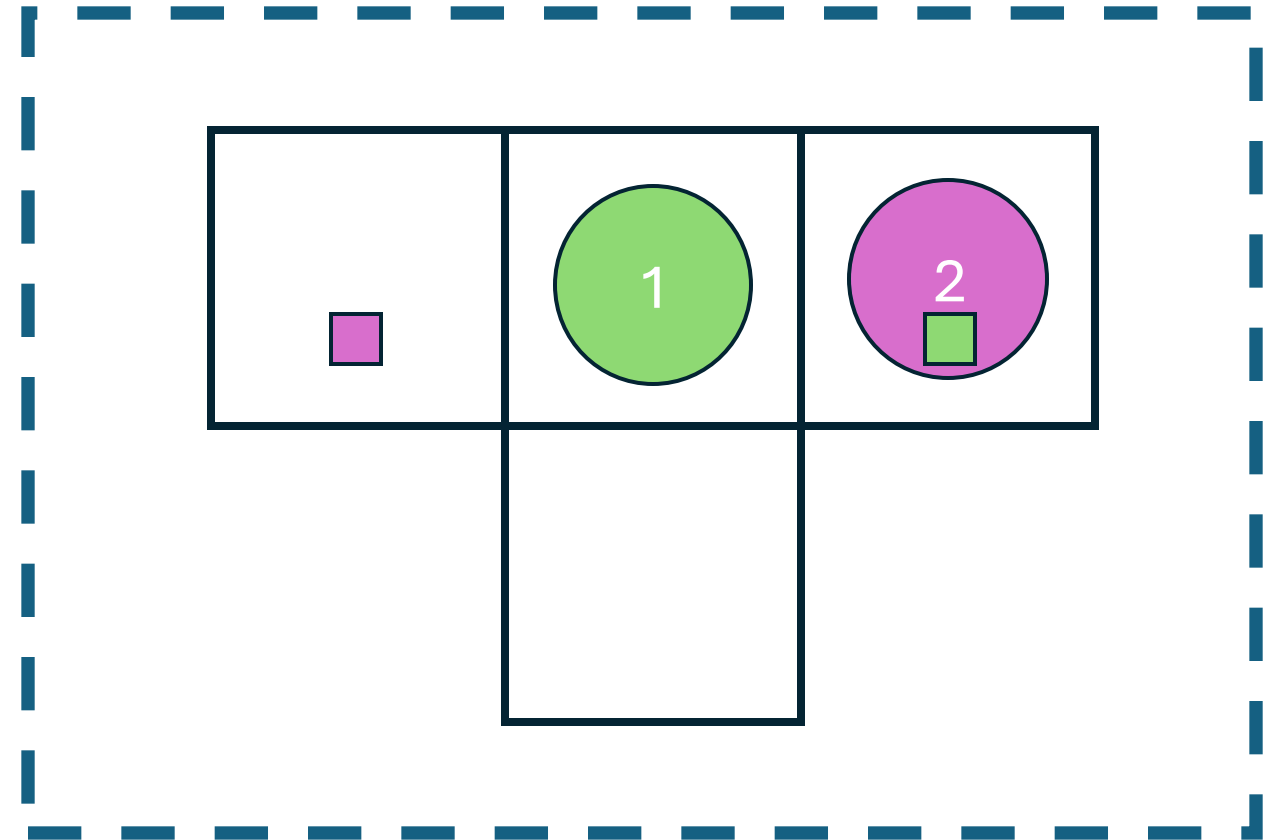
Challenge MAPF

79

High-level:



Espando la nuova configurazione trovata





# LaCAM: Esempio (4)

Motivazione

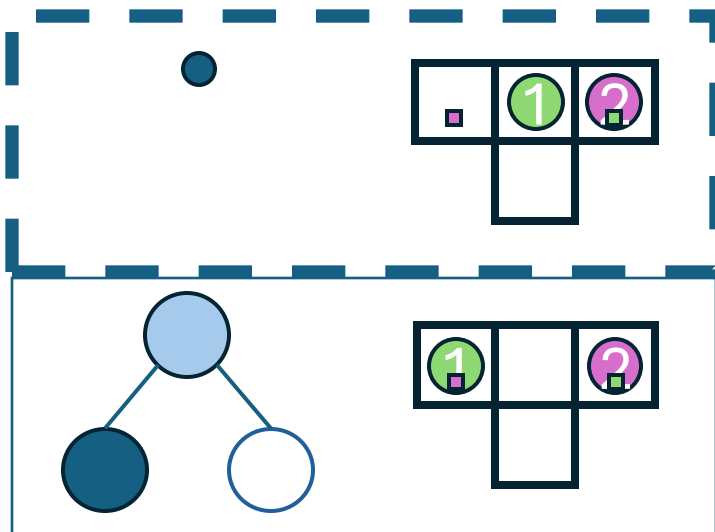
MAPF classico

LNS2 e LaCAM

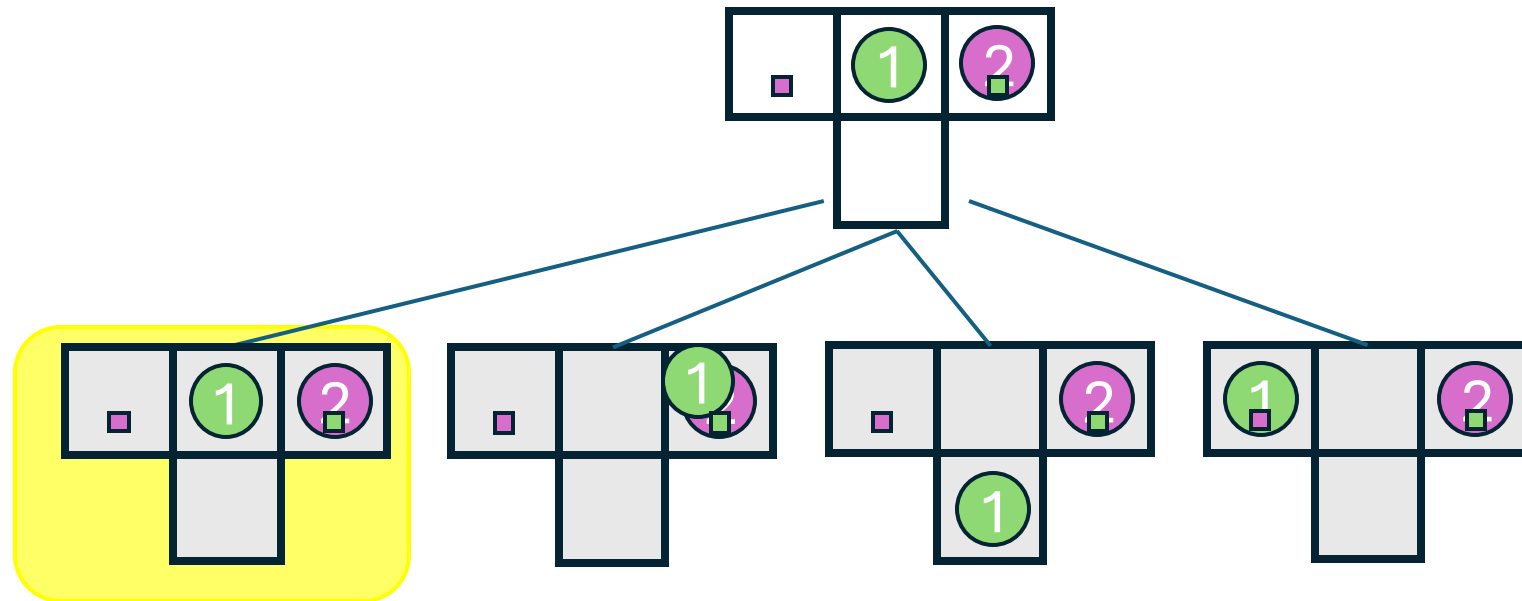
Challenge MAPF

80

High-level:



Low-level:



Come prima genero i successori dell'agente 1 e seleziono il primo. Dato che la configurazione generata è già apparsa nella ricerca, non apro un nuovo nodo HL e passo al nodo successivo.

# LaCAM: Esempio (5)

Motivazione

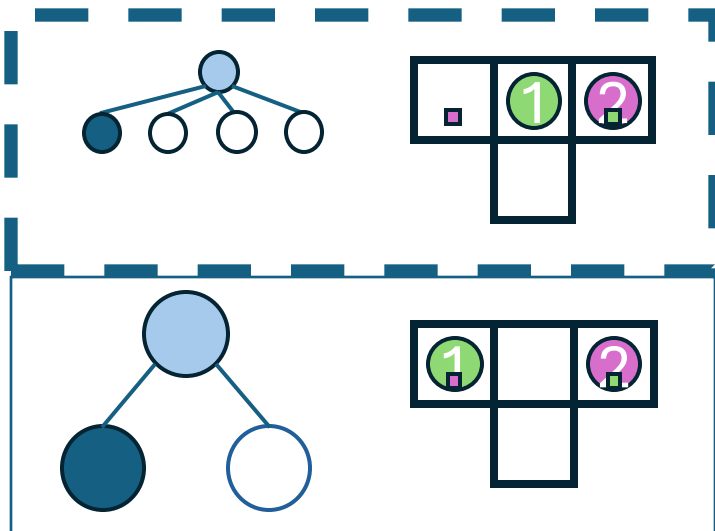
MAPF classico

LNS2 e LaCAM

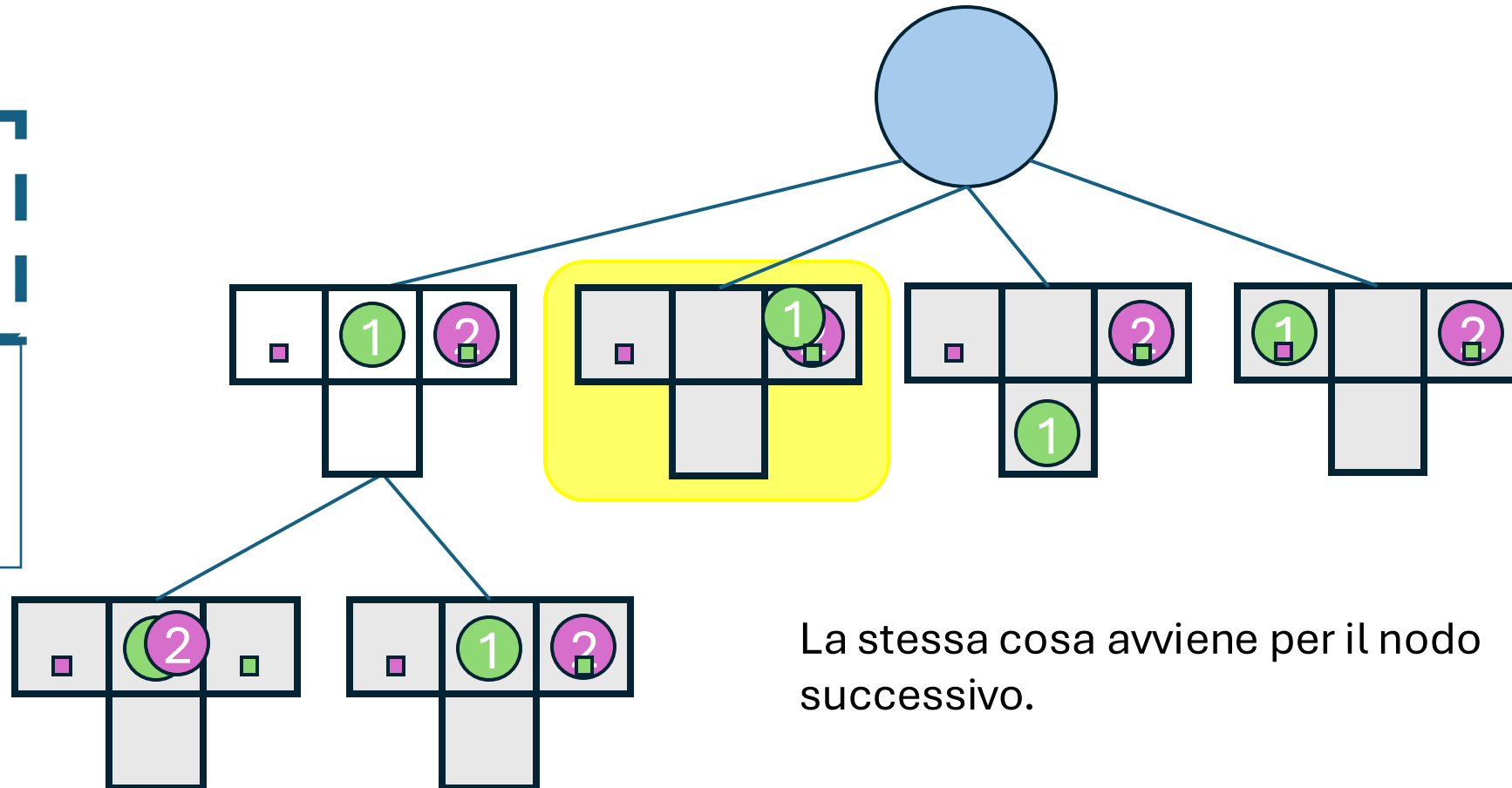
Challenge MAPF

81

High-level:



Low-level:



La stessa cosa avviene per il nodo successivo.

# LaCAM: Esempio (6)

Motivazione

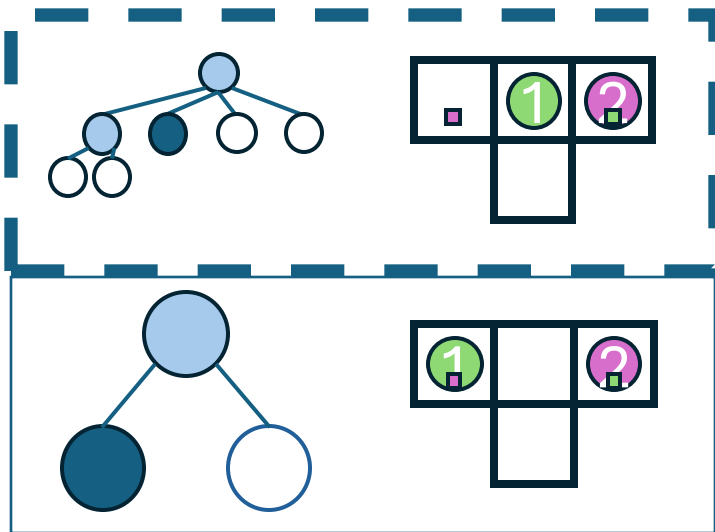
MAPF classico

LNS2 e LaCAM

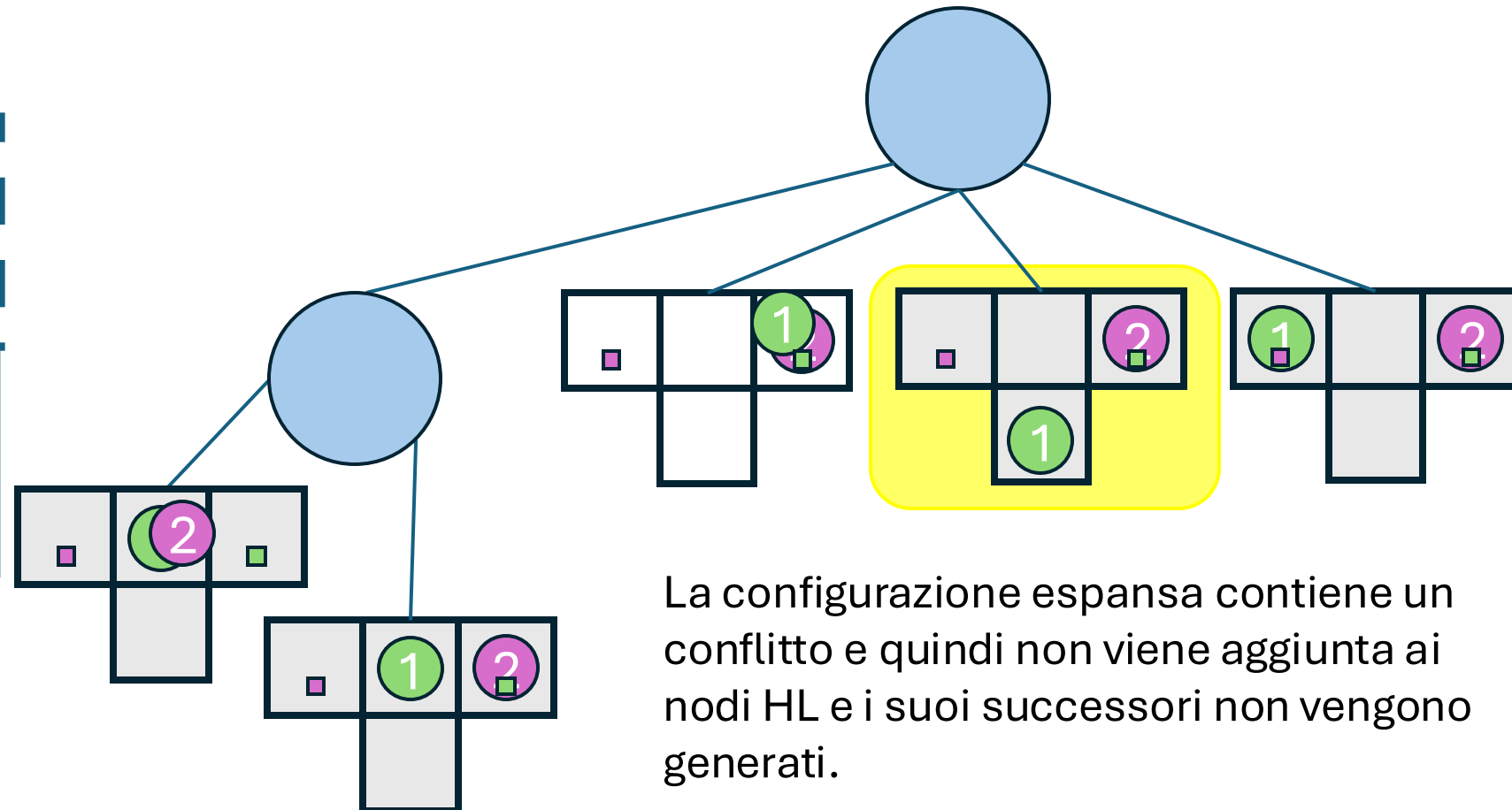
Challenge MAPF

82

High-level:



Low-level:



La configurazione espansa contiene un conflitto e quindi non viene aggiunta ai nodi HL e i suoi successori non vengono generati.

# LaCAM: Esempio (7)

Motivazione

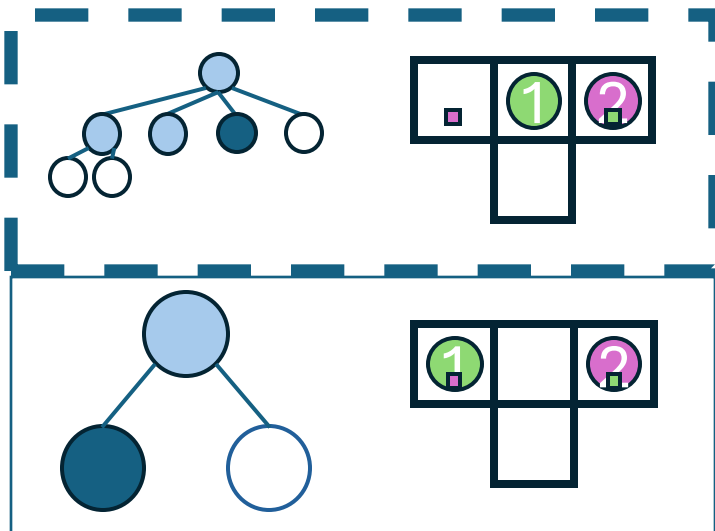
MAPF classico

LNS2 e LaCAM

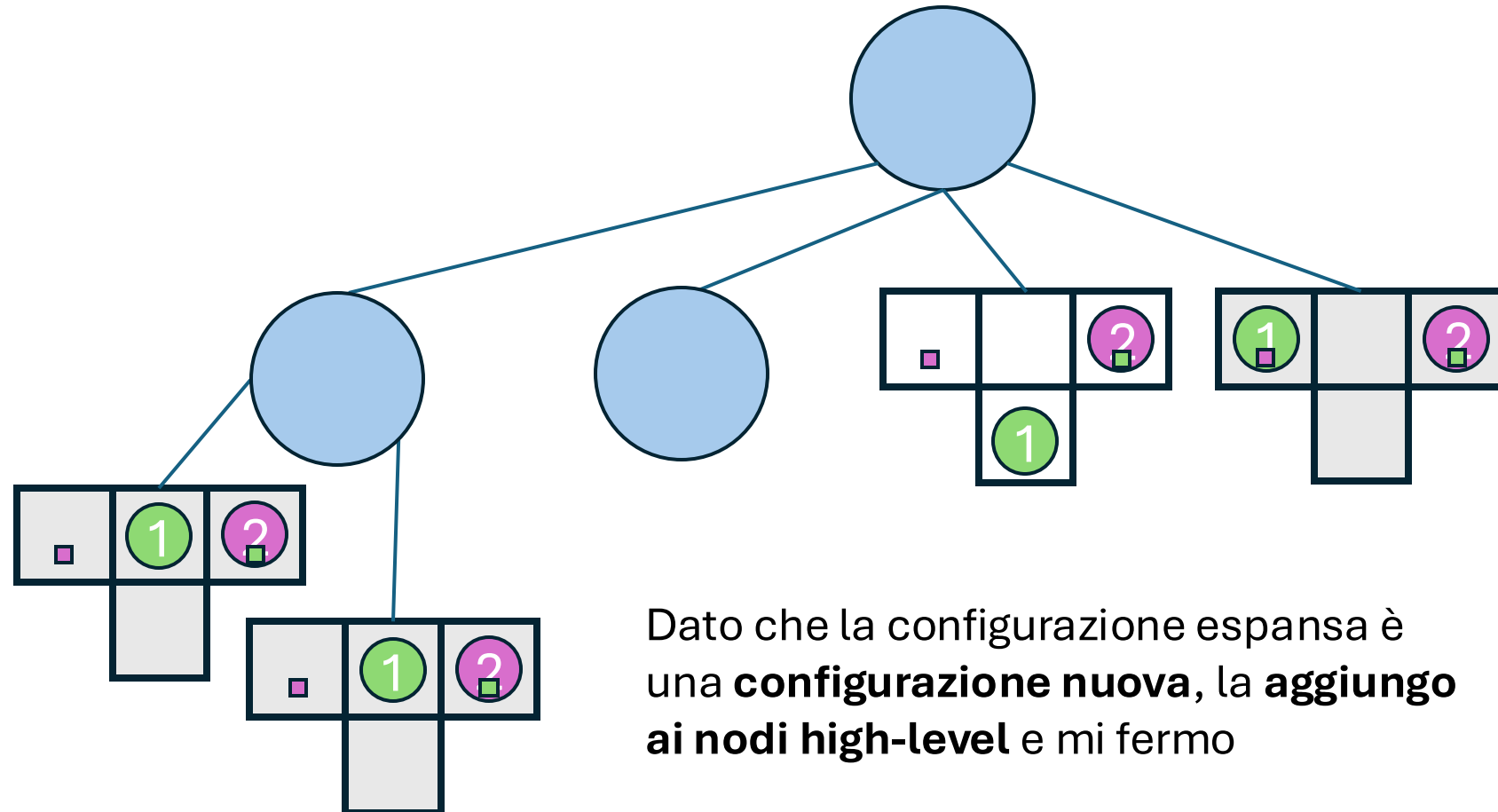
Challenge MAPF

83

High-level:



Low-level:



Dato che la configurazione espansa è una **configurazione nuova**, la **aggiungo ai nodi high-level** e mi fermo

# LaCAM: Esempio (8)

Motivazione

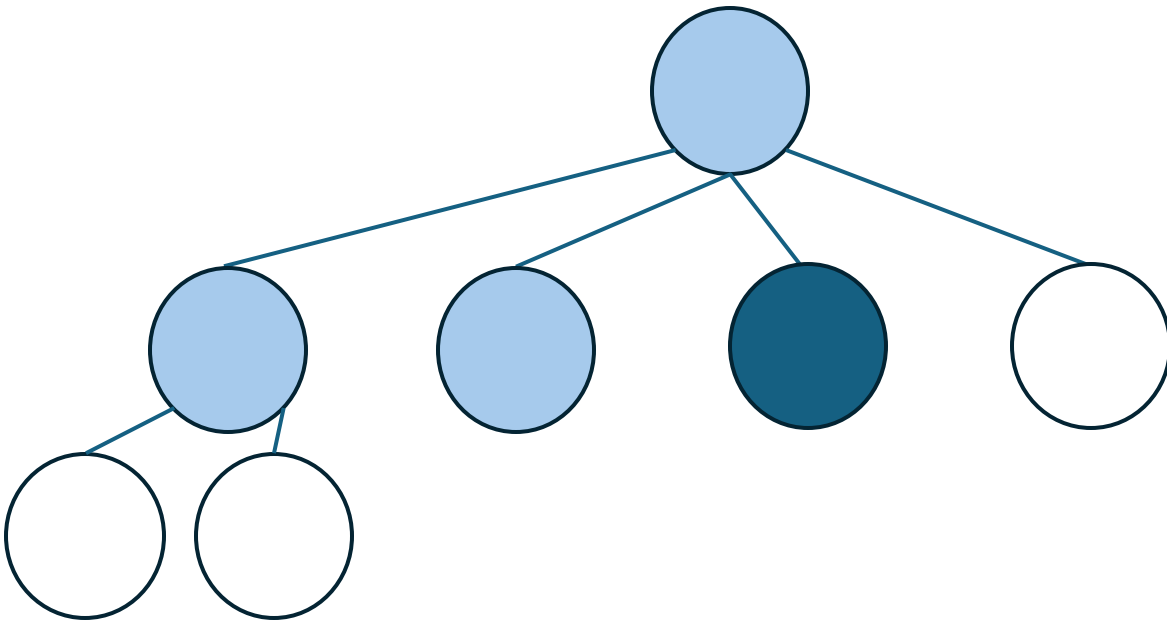
MAPF classico

**LNS2 e LaCAM**

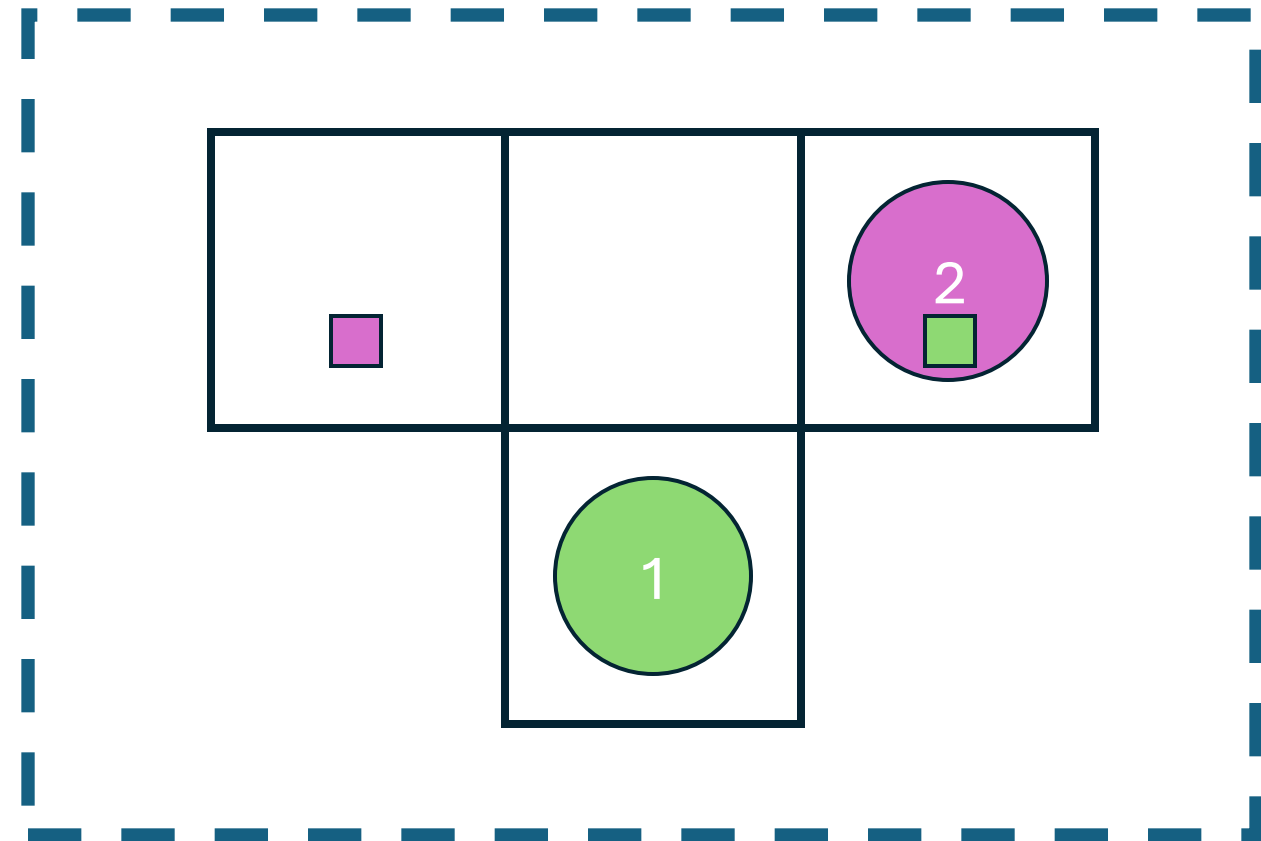
Challenge MAPF

84

High-level:



Espando la nuova configurazione trovata



# LaCAM: Esempio (9)

Motivazione

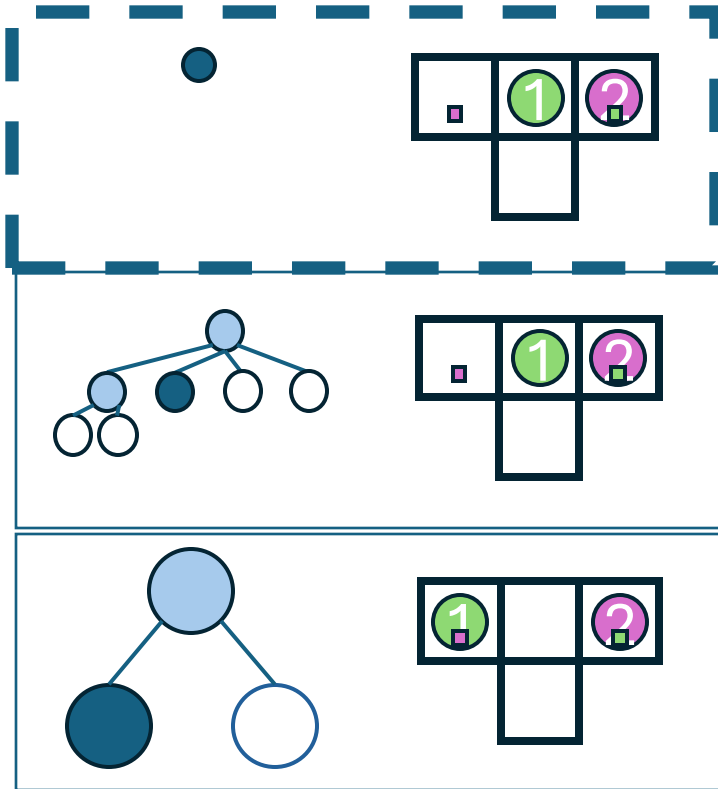
MAPF classico

**LNS2 e LaCAM**

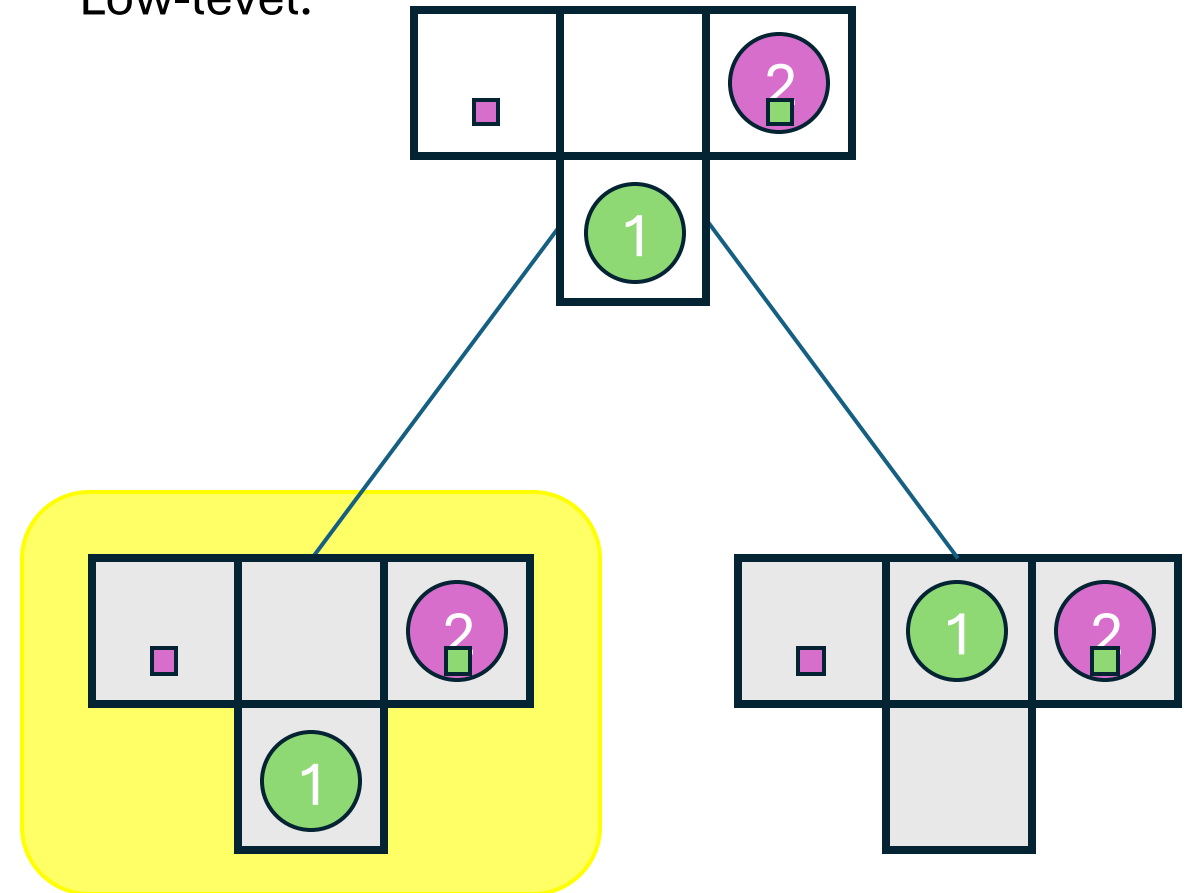
Challenge MAPF

85

High-level:



Low-level:



# LaCAM: Esempio (10)

86

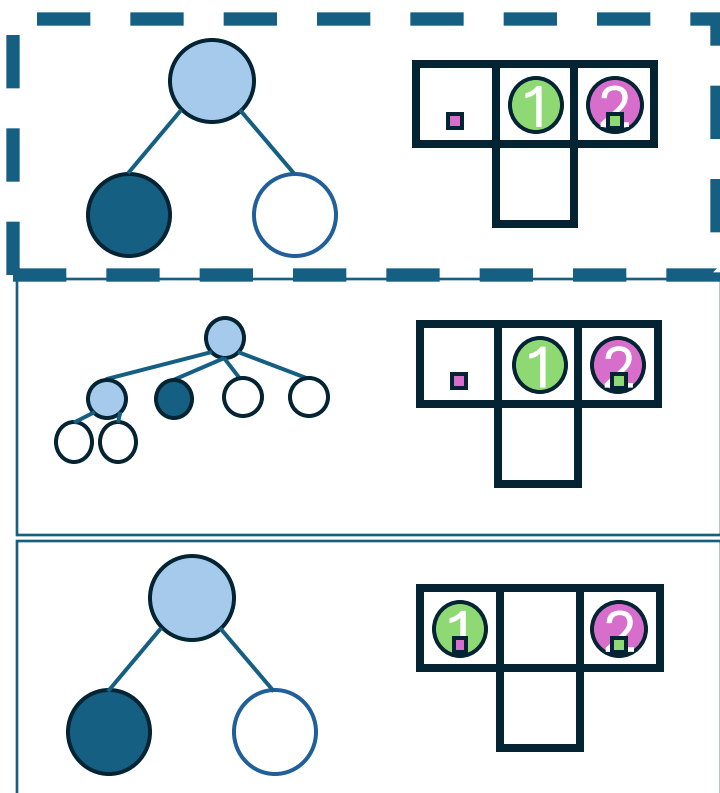
Motivazione

MAPF classico

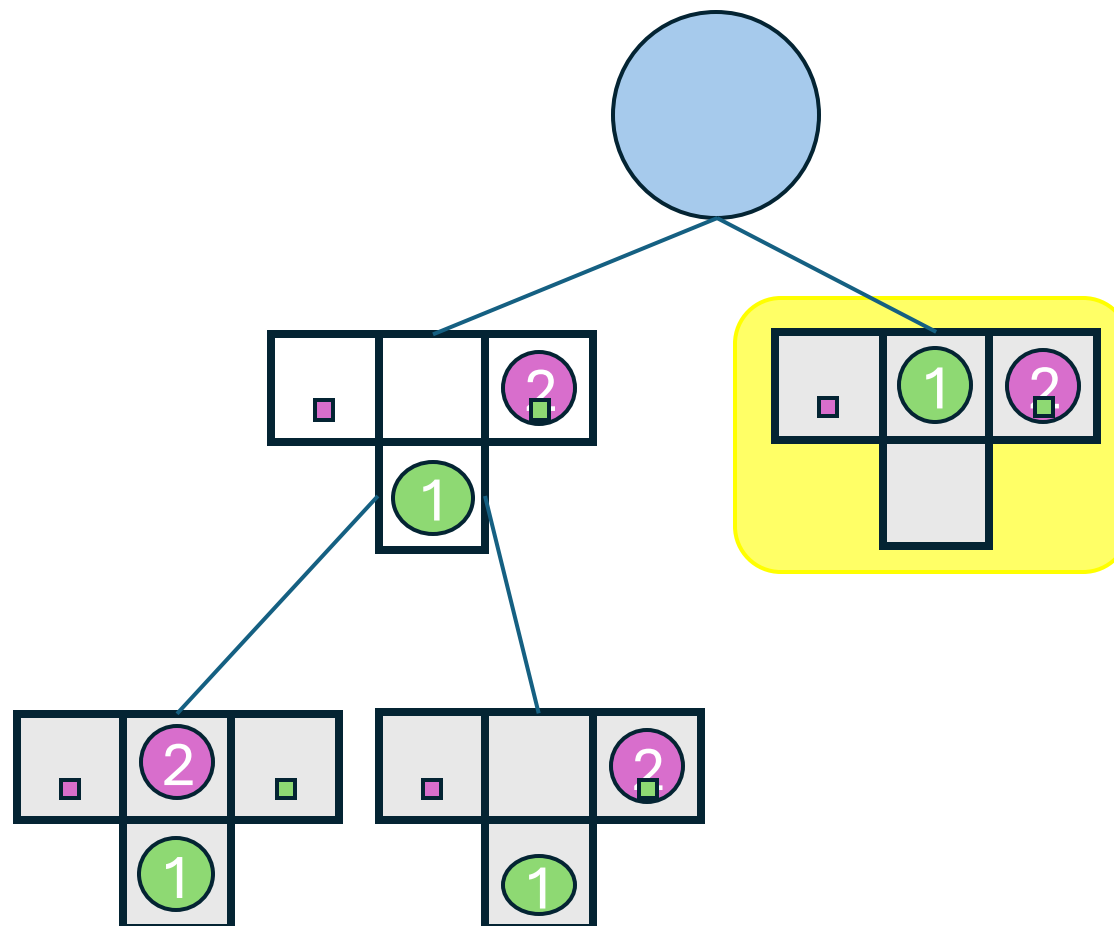
LNS2 e LaCAM

Challenge MAPF

High-level:



Low-level:



# LaCAM: Esempio (11)

87

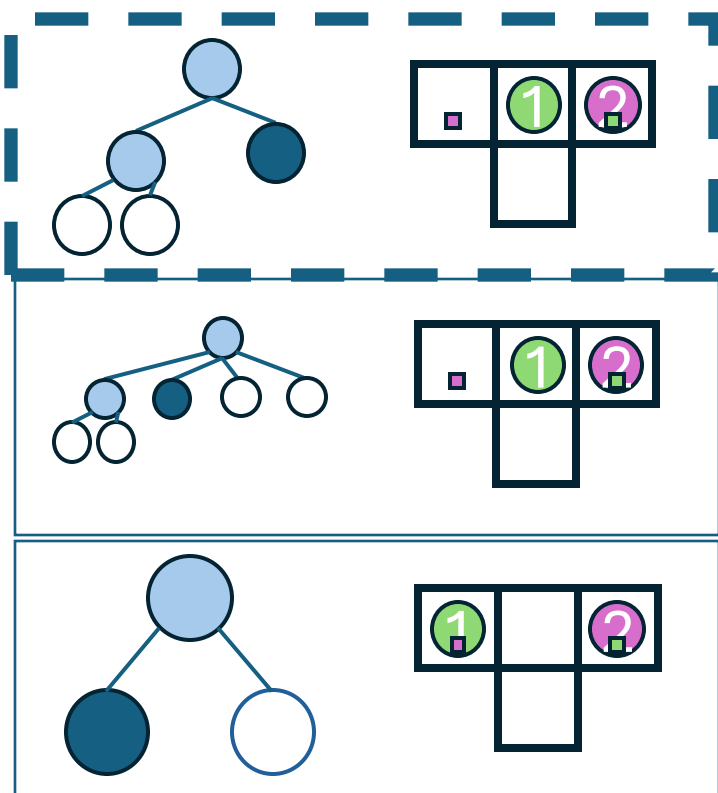
Motivazione

MAPF classico

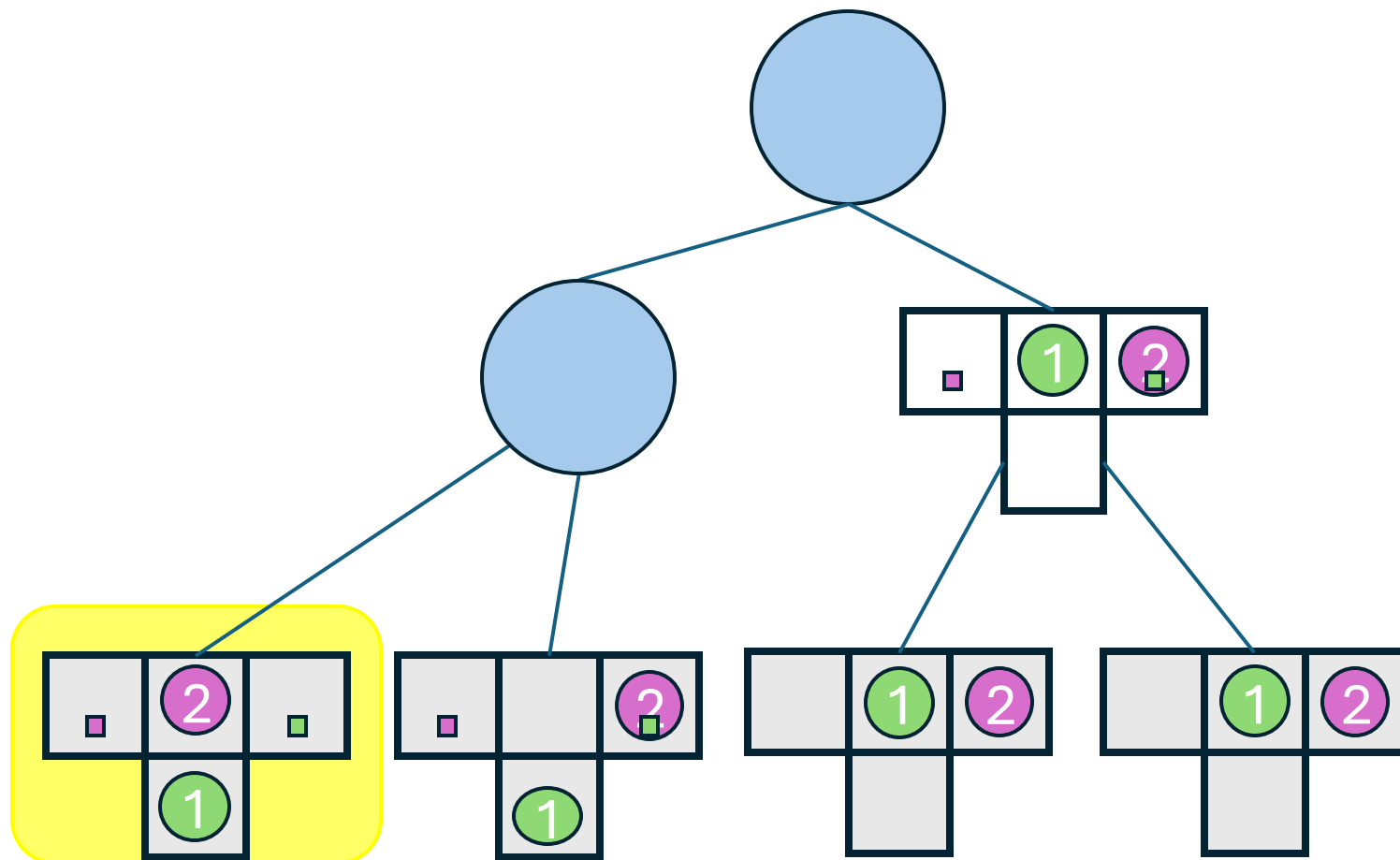
LNS2 e LaCAM

Challenge MAPF

High-level:



Low-level:





# LaCAM: Esempio (12)

Motivazione

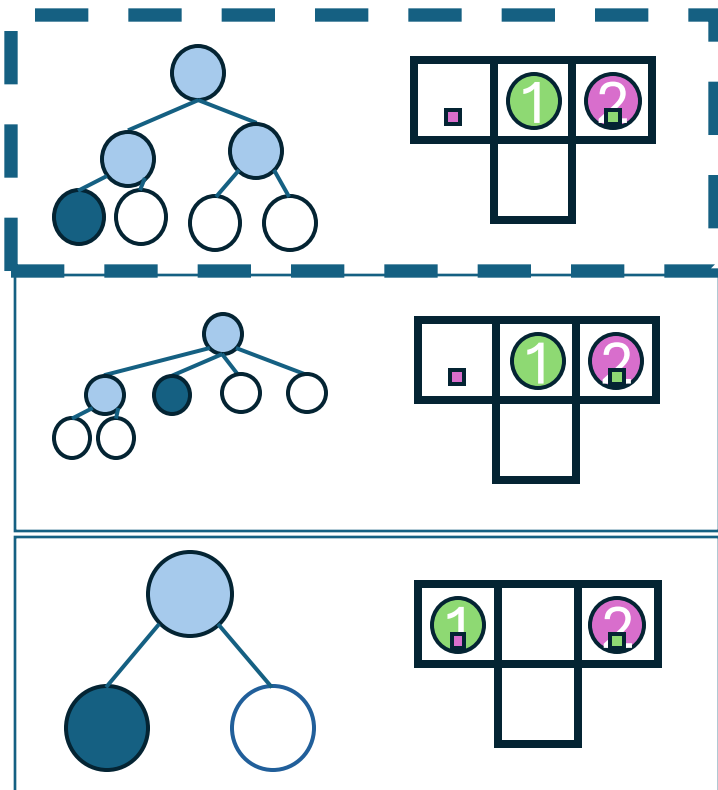
MAPF classico

**LNS2 e LaCAM**

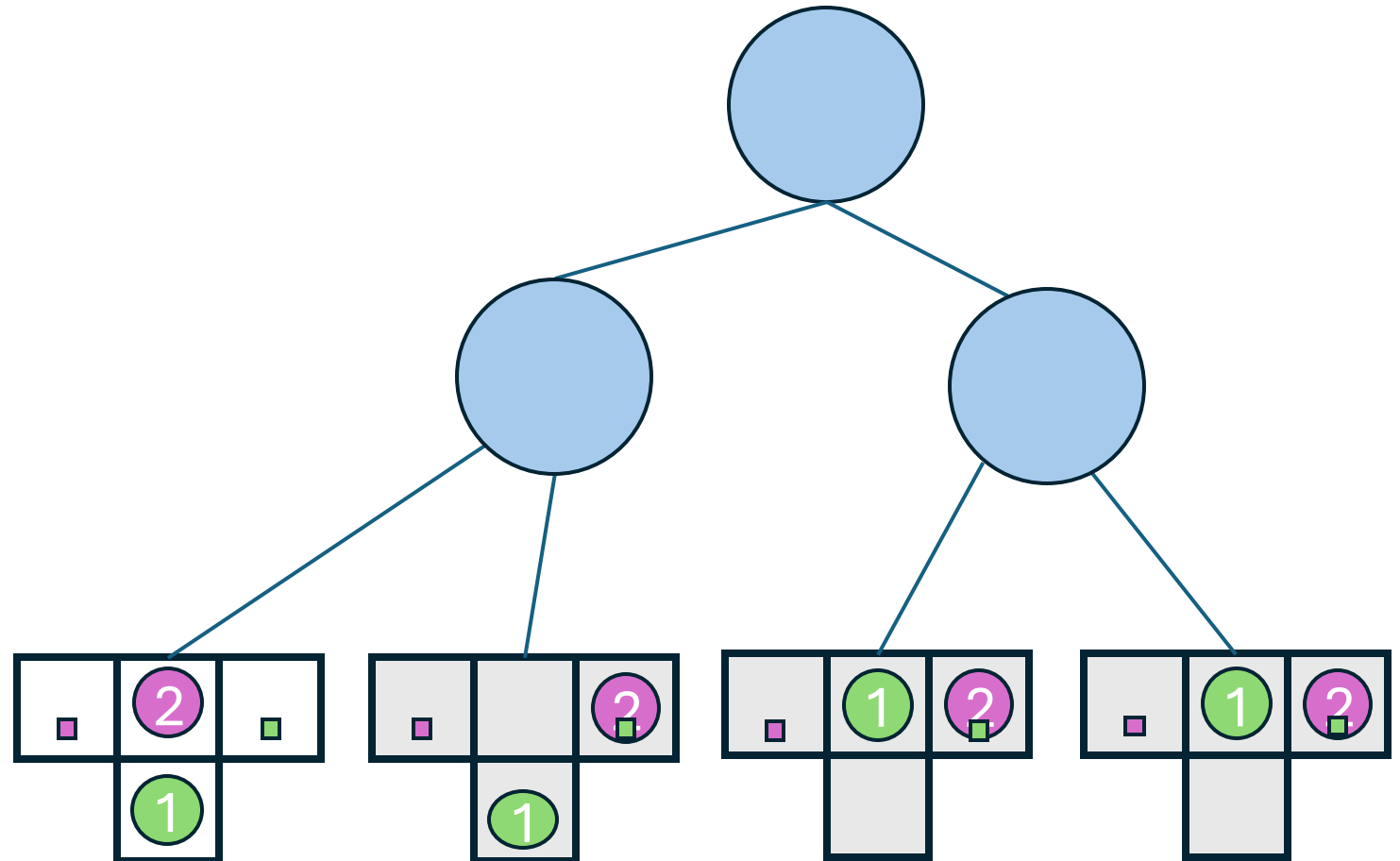
Challenge MAPF

88

High-level:



Low-level:



# LaCAM: Esempio (13)

Motivazione

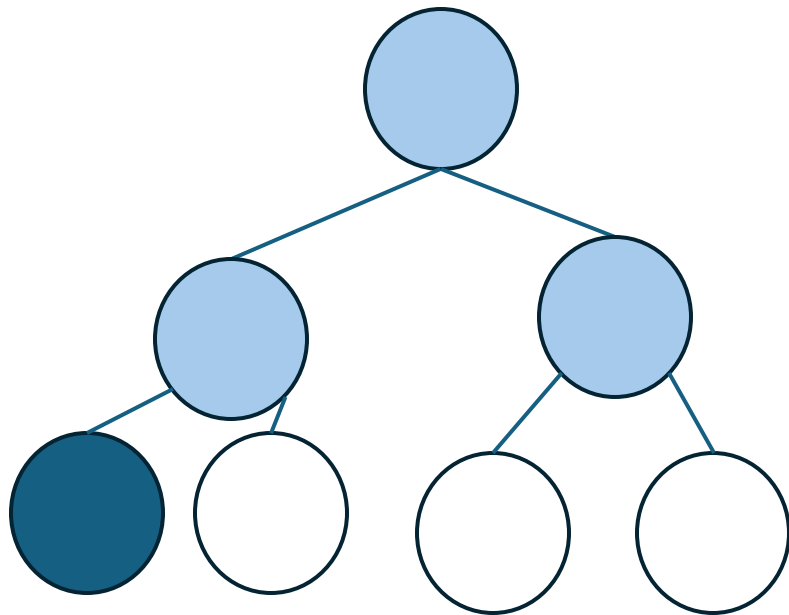
MAPF classico

**LNS2 e LaCAM**

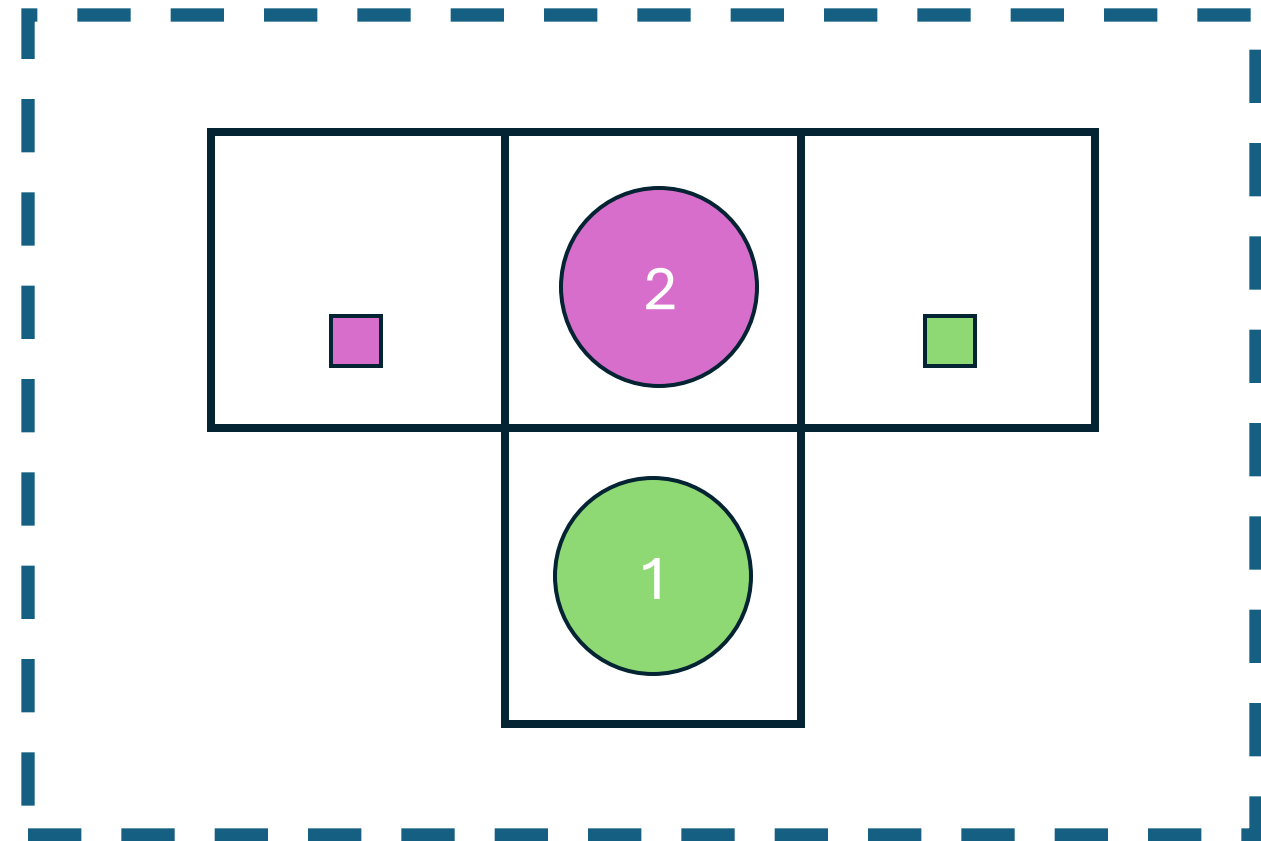
Challenge MAPF

89

High-level:



Espando la nuova configurazione trovata e proseguo fino alla soluzione



# LaCAM: Idea

Motivazione

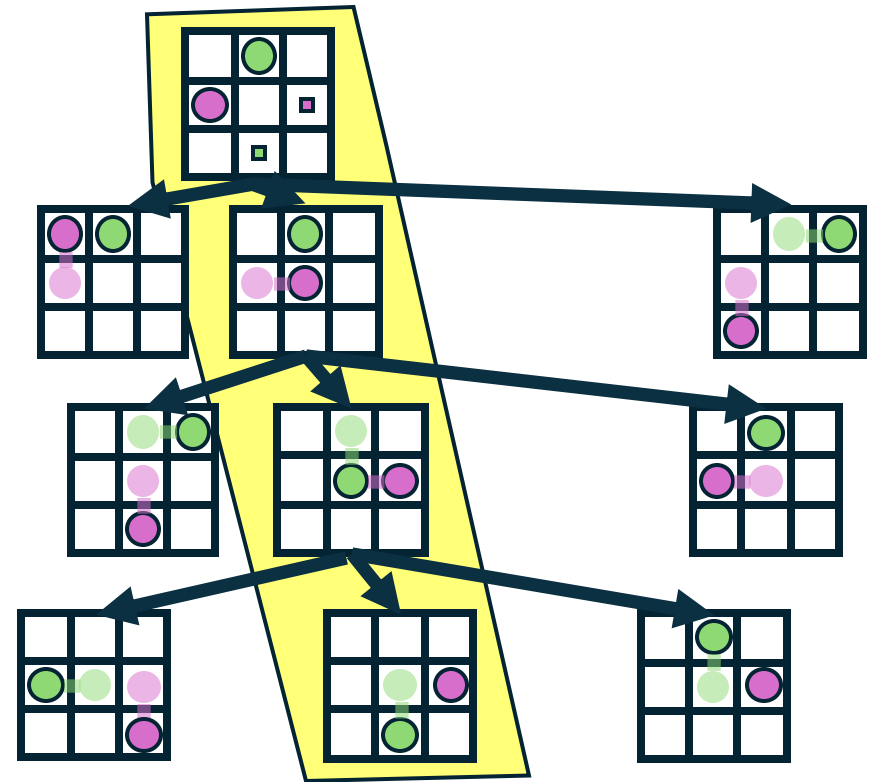
MAPF classico

**LNS2 e LaCAM**

Challenge MAPF

90

LaCAM è simile ad A\* ma riduce il branching-factor generando successori in maniera **lazy** (solo quando necessario).



# LaCAM: Idea (2)

Motivazione

MAPF classico

**LNS2 e LaCAM**

Challenge MAPF

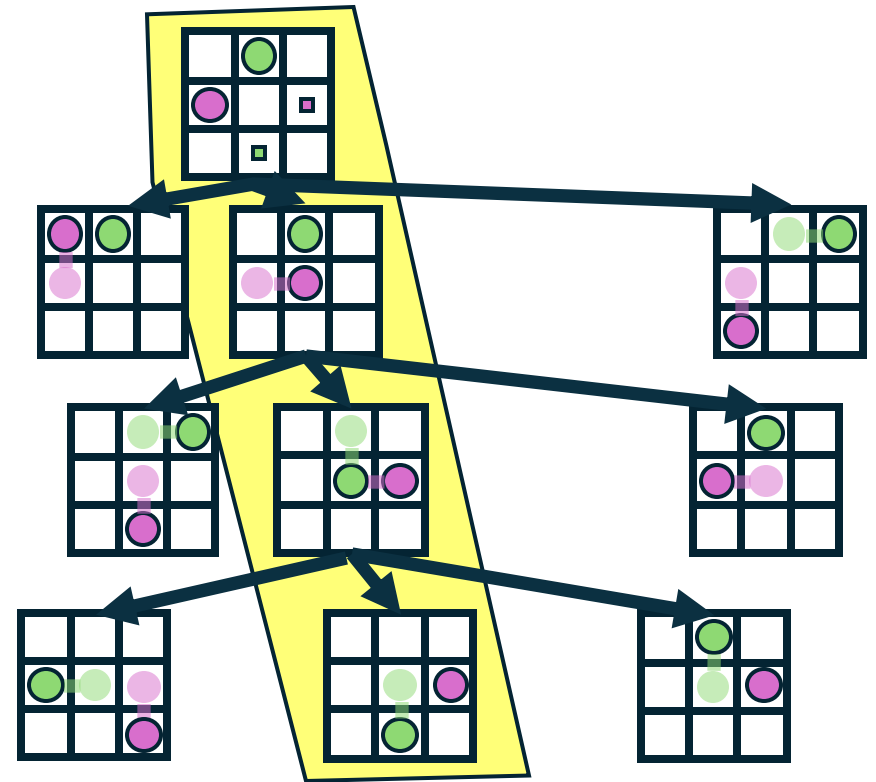
91

## Problema

Affinché questo approccio funzioni è necessario che i pochi successori che genero siano di buona qualità

## Soluzione

Utilizzo altri approcci di MAPF (e.g. PIBT, PP) per generare dei successori promettenti.



# LaCAM: Risultati su benchmark

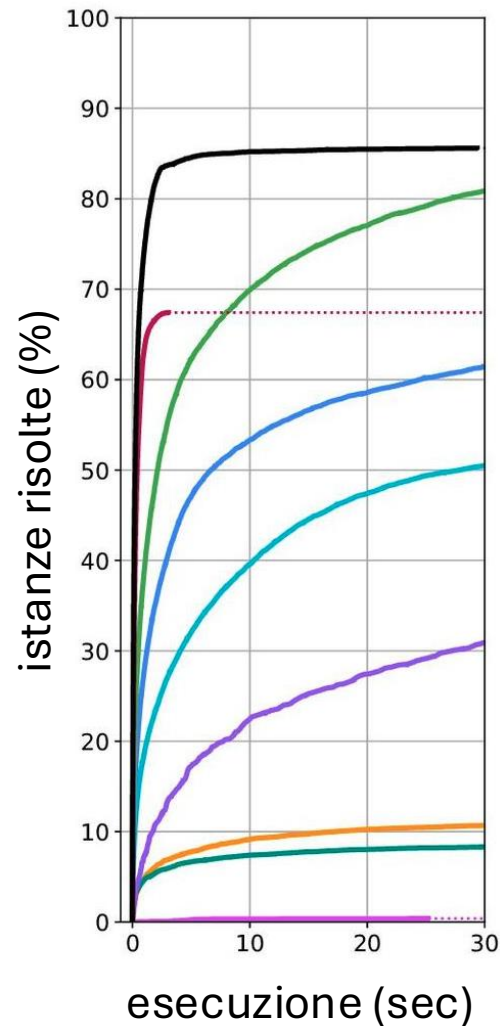
92

Motivazione

MAPF classico

LNS2 e LaCAM

Challenge MAPF



85.6% LaCAM [Okumura AAAI-23]

80.9% MAPF-LNS2 [Li+ AAAI-22]

67.4% PIBT [Okumura+ AIJ-22]

61.4% PP [Silver AIIDE-05]

50.5% EECBS-5 [Li+AAAI-21]

30.9% I-ODrM\*-5 [Wagner+AIJ-15]

10.7% BCP [Lam+ COR-22]

8.3% CBS [Sharon+ AIJ-26, Li+ AIJ-21]

0.4% ODrM\* [Wagner+AIJ-15]

0.0% A\* [Hart+68]

completo

non completo

non completo

non completo

completo per soluzioni

completo

completo per soluzioni

completo per soluzioni

completo

completo

subottimo

subottimo

subottimo

subottimo

w-subottimo

w-subottimo

ottimo

ottimo

ottimo

ottimo

# PIBT: Risultati su benchmark

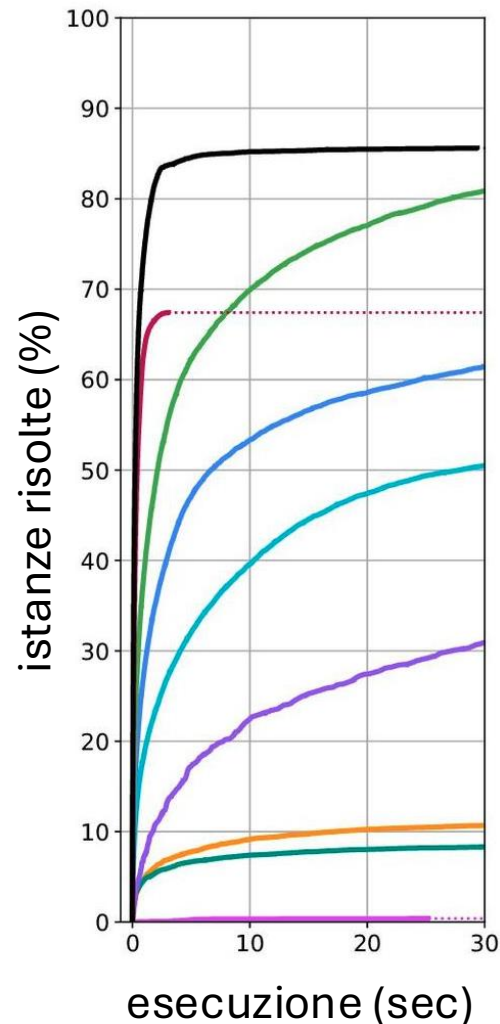
93

Motivazione

MAPF classico

LNS2 e LaCAM

Challenge MAPF



85.6% LaCAM [Okumura AAAI-23]

80.9% MAPF-LNS2 [Li+ AAAI-22]

67.4% PIBT [Okumura+ AIJ-22]

61.4% PP [Silver AIIDE-05]

50.5% EECBS-5 [Li+AAAI-21]

30.9% I-ODrM\*-5 [Wagner+AIJ-15]

10.7% BCP [Lam+ COR-22]

8.3% CBS [Sharon+ AIJ-26, Li+ AIJ-21]

0.4% ODrM\* [Wagner+AIJ-15]

0.0% A\* [Hart+68]

completo

non completo

non completo

non completo

completo per soluzioni

completo

completo per soluzioni

completo per soluzioni

completo

completo

subottimo

subottimo

subottimo

subottimo

w-subottimo

w-subottimo

ottimo

ottimo

ottimo

ottimo

# The League of Robot Runners

Motivazione

MAPF classico

LNS2 e LaCAM

**Challenge MAPF**

94

Il MAPF è un campo di ricerca molto attivo.

Ci sono delle competizioni che cercano di migliorare lo stato dell'arte della ricerca attraverso delle sfide basate sull'implementazione in ambienti reali.

Un esempio è

[The League of Robot Runners](#)

(possibilità di progetto per il corso)